〈論　説〉

エコノミクス
第6巻第1号
2001年9月

パネルデータ計量経済学の最近の動向

北沢　良継

1．序

最近のパネルデータ計量経済学の発展はパネルデータが適用可能な経済・ファイナンスモデルの範囲を広げた。発展はたくさん数の個別主体と少ない数の時系列観測値があるケースを取り扱うパネルデータの中で主に達成されてきた。加えて，発展は Hansen (1982) によって提唱された GMM (Generalized Method of Moments, 一般化積率法) を採用することによって主になされてきた。IV (Instrument Variable Method, 操作変数法) を包含する GMM は条件付期待に基づいたパネルデータモデルと動学的パネルデータモデルに対する一致推定の実行を可能にする。自分たちはこれらのパネルデータモデルを OLS (Ordinary Least Square Method, 通常最小二乗法) や LSDV (Least Square Dummy Variable Method, 最小二乗ダミー変数法) のような伝統的な推定技法で一致推定することができない。さらにその上，GMM は計数パネルデータモデルやパネルデータモデル内の分散構造に対する一致推定を達成するために適用することができる。また，現在まで，経済学やファイナンスの分野においてたくさんの実証研究が推定技法の発展とともになされてきた。この論文では，これらの研究成果を概説する。

第2節では，現在までのパネルデータ計量経済学の発展の歴史を概説する。第3節ではこの論文を締めくくる。

2．パネルデータ計量経済学の歴史

この節では，自分たちはたくさんの数の個別主体と少ない数の時系列観測値があるパネルデータを取り扱うパネルデータ計量経済学の発展の歴史を要約する。

論文を通じて，個別主体と時系列観測値の指標は，それぞれ，i と t である。特に断りのない限り，i と t の範囲は，それぞれ，$i=1, ..., N$ と $t=1, ..., T$ である。前提として自分たちが想定するのは個別主体 i の変数は個別主体 j の変数と独立であるということである。(ここで，$i \neq j$ とする。)この論文における仮定は，$N \to \infty$ であるけれども T は固定されているということである。したがって，推定量の漸近性は $N \to \infty$ に依存する。

最初に，伝統的なパネルデータモデルとして静学的パネルデータモデルが紹介され，それから，静学的パネルデータモデルに対する2つの伝統的推定法が説明される。加えて，計量経済学において比較的新しい推定法が紹介される。次に，動学的パネルデータモデルが紹介され，それから，動学的パネルデータモデルを推定するための最近の発展が概観される。三番目に，乗法的個別効果を有するパネルデータの一つとその推定法が例示される。

静学的パネルデータモデル

パネルデータに対する伝統的なモデルは静学的パネルデータモデルである。[1] 簡単化のために，自分たちは，以下のような説明変数を有するモデルのケースを議論する：

$$y_{it} = \beta x_{it} + u_{it} \tag{1}$$

かつ

$$u_{it} = \eta_i + \nu_{it}. \tag{2}$$

ここで，y_{it} は従属変数であり，β は推定されるべき興味のあるパラメータであり，そして，x_{it} は説明変数である。自分たちは(2)の中で示されるような一

1　静学的パネルデータモデルについての文献の吟味はこの論文ではなされない。モデル，推定量，そして，文献については，以下のような計量経済学の標準的教科書を見よ：Johnston (1997) と Hayashi (2000).

方通行誤差構成要素モデル（one-way error component model）を考える。[2]
一方通行誤差構成要素モデルでは，誤差項 u_{it} は η_i と ν_{it} へと分解される。ここで，η_i は（個別主体の異質性を捉える）個別主体特殊効果であり，ν_{it} は攪乱項である。静学的パネルデータでは $t=1, ..., T$ に対して以下のような誤差項についての仮定を置く：

$$E[\eta_i]=0,$$
$$E[\nu_{it}]=0,$$
$$E[\eta_i\nu_{it}]=0,$$
$$E[\eta_i^2]=\sigma_\eta^2,$$
$$E[\nu_{it}^2]=\sigma_\nu^2,$$

かつ

$$E[\nu_{it}\nu_{is}]=0 \quad (t \neq s \text{ に対して})。$$

誤差項についての仮定に加えることの仮定

$$E[\eta_i x_{it}]=0$$

と

$$E[\nu_{it}x_{is}]=0 \quad (t \neq s \text{ と } t=s \text{ に対して})$$

の下では，(1)に OLS を適用することによって β を一致推定することができる。

しかしながら，誤差項についての仮定に加えることの仮定

$$E[\eta_i x_{it}] \neq 0$$

と

$$E[\nu_{it}x_{is}]=0 \quad (t \neq s \text{ と } t=s \text{ に対して})$$

の下では，(1)に OLS を適用しても β を一致推定することができない。この場合，β を一致推定する伝統的方法は以下のようなものである。第一段階で，自分たちは(1)を以下の形式に変換する：

$$y_{it}-\bar{y}_{i\cdot}=\beta(x_{it}-\bar{x}_{i\cdot})+(\nu_{it}-\bar{\nu}_{i\cdot}). \tag{3}$$

ここで，定義されるのは $\bar{y}_{i\cdot}=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}y_{it}$, $\bar{x}_{i\cdot}=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}x_{it}$, と $\bar{\nu}_{i\cdot}=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\nu_{it}$ であ

2 加えて，(2)ではなく $u_{it}=\eta_i+\mu_t+\nu_{it}$ を指定する場合は，両面通行誤差構成要素モデル（two-way error component model）と呼ばれる。ここで，μ_t は時間効果である。

る。第二段階で，自分たちは(3)に OLS を適用して β の一致推定値を得ることができる。これは，

$$E[(x_{it}-\bar{x}_{i\cdot})(\nu_{it}-\bar{\nu}_{i\cdot})]=0.$$

だからである。この手続きに基づいた推定量は LSDV 推定量と呼ばれる。

さらに，誤差項についての仮定に加えることの仮定

$$E[\eta_i x_{it}]\neq 0$$

と

$$E[\nu_{it}x_{is}]\neq 0 \quad (s=1, ..., T \text{ の中の少なくとも 1 つの } s \text{ に対して})$$

の下では，LSDV 推定量を(1)に適用して β を一致推定することができない。これは，

$$E[(x_{it}-\bar{x}_{i\cdot})(\nu_{it}-\bar{\nu}_{i\cdot})]\neq 0$$

だからである。これの典型的な場合は x_{it} が内生（すなわち，$E[\nu_{it}x_{it}]\neq 0$）の場合である。この場合，$E_{t-1}[\cdot]$ が時点 $t-1$ までの情報に基づいた条件付期待値であるとして

$$E_{t-1}[\nu_{it}]=0 \tag{4}$$

ならば，自分たちは方程式(4)から得られた以下のような無条件積率制約の集合を使った GMM を利用して β を一致推定することができる：

$$E[\Delta\nu_{it}x_{is}]=0, \qquad (s=1, ..., t-2 \text{ かつ } t=3, ..., T \text{ に対して})。 \tag{5}$$

ここで，Δ は一階差分演算子である。[3] 積率制約(5)の意味することは，第一段階で(1)の一階差分を取り個別効果 η_i を以下のように削除して：

$$\Delta y_{it}=\beta\Delta x_{it}+\Delta\nu_{it}, \qquad (t=3, ..., T \text{ に対して}), \tag{6}$$

第二段階で，時点 $t-2$ とそれ以前のラグ付従属変数を方程式(6)に対する操作変数として使うということである。条件付期待値に基づいたパネルデータモデルは主に恒常所得仮説の検証に用いられてきた。[4] 代表的な論文は Runkle (1991) である。この型の接近法は比較的新しいものである。

3　IV 推定量は GMM 推定量の特殊な場合である。Hayashi (2000) は GMM 推定量について詳細に説明している。

4　この仮説は Hall (1978) によって提唱された。この仮説に従うならば，消費はランダム・ウォークに従うことになる。

動学的パネルデータモデル

動学的パネルデータの特徴は，ラグ付従属変数が推定される方程式の回帰変数の中に含まれるということである。簡単化のために，自分たちは，従属変数が y_{it} によって表されるとして時点 $t-1$ のラグ付従属変数（すなわち，$y_{i,\,t-1}$）のみが回帰変数である場合を考える。モデルは以下のようになる：

$$y_{it}=\alpha y_{i,t-1}+u_{it}, \quad (t=2, ..., T \text{ に対して}) \tag{7}$$

かつ

$$u_{it}=\eta_i+\nu_{it}, \quad (t=2, ..., T \text{ に対して})。 \tag{8}$$

ここで，α は推定されるべき興味のあるパラメータである。方程式(8)は一方通行誤差構成要素モデルを意味する。よって，ここでは誤差項 u_{it} は個別効果 η_i と攪乱項 ν_{it} へと分解されている。動学的パネルデータでは $t=2, ..., T$ に対して以下のような誤差項についての仮定を置く：

$$E[\eta_i]=0,$$
$$E[\nu_{it}]=0,$$
$$E[\eta_i\nu_{it}]=0,$$
$$E[\eta_i^2]=\sigma_\eta^2,$$
$$E[\nu_{it}^2]=\sigma_\nu^2,$$

かつ

$$E[\nu_{it}\nu_{is}]=0, \quad (t\neq s \text{ に対して})。$$

動学的パネルデータの場合には，自分たちがまた仮定するのは，

$$E[\nu_{it}y_{i1}]=0, \quad (t=2, ..., T \text{ に対して})$$

である。ここで，y_{i1} は動学的パネルデータモデルの初期条件と呼ばれる。

動学的パネルデータモデルでは，自分たちは α を一致推定するために OLS 推定量も LSDV 推定量も使うことができない。OLS 推定量の場合の理由は，

$$E[\eta_i y_{i,t-1}]\neq 0, \quad (\text{少なくとも } t=3, ..., T \text{ に対して})$$

である。すなわち，説明変数 $y_{i,t-1}$ は個別効果 η_i と相関するのである。LSDV 推定量の場合の理由は，以下に述べられる。LSDV 推定量を得るためには，第一段階で(7)を以下のように変換する：

$$y_{it}-\bar{y}_{i\cdot}=\alpha(y_{i,t-1}-\bar{y}_{i,(-1)\cdot})+(\nu_{it}-\bar{\nu}_{i\cdot}), \quad (t=2, ..., T \text{ に対して})。 \tag{9}$$

ここで，$\bar{y}_{i\cdot}=\frac{1}{T-1}\sum_{t=2}^{T}y_{it}$, $\bar{y}_{i,(-1)\cdot}=\frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T-1}y_{it}$, かつ $\bar{\nu}_{i\cdot}=\frac{1}{T-1}\sum_{t=2}^{T}\nu_{it}$ である。第二段階で OLS を(9)に適用して α の一致推定量を得ることができない。これは，

$$E[(y_{i,t-1}-\bar{y}_{i,(-1)\cdot})(\nu_{it}-\bar{\nu}_{i\cdot})]\neq 0, \qquad (t=2,\ldots,T \text{ に対して})$$

だからである。こういう理由で，自分たちは動学的パネルデータモデル(7)を OLS や LSDV のような伝統的推定技法の枠組で一致推定することができない。[5]

Andersen and Hsiao (1982) は動学的パネルデータモデルの一致推定を創始した。彼らは動学的パネルデータモデルを一致推定するために IV 法を使った。その後，Holtz-Eakin et al. (1988) と Arellano and Bond (1991) は操作変数を効率的に利用して，かつ，最適な GMM を導入することによって Andersen and Hsiao (1984) の方法を改良した。GMM 推定量を使う目的で，これら 2 つの論文は α を一致推定するための次の積率制約を提唱している：

$$E[\Delta\nu_{it}y_{is}]=0, \ (s=1,\ldots,t-2 \text{ かつ } t=3,\ldots,T \text{ に対して})。 \tag{10}$$

方程式(10)は標準的積率制約（standard moment restrictions）と呼ばれる。標準的積率制約の意味することは，第一段階で以下のように(7)の一階差分を取って個別効果 η_i を削除して：

$$\Delta y_{it}=\alpha\Delta y_{i,t-1}+\Delta\nu_{it}, \qquad (t=3,\ldots,T \text{ に対して}), \tag{11}$$

第二段階で時点 $t-2$ とそれ以前のラグ付従属変数を方程式(11)に対する操作変数として使うということである。[6]

しかしながら，Ahn (1990), Ahn and Schmidt (1995)，そして Ahn and Schmidt (1999) が指摘したのは，いくつかの（α を一致推定するための）非線形積率条件が Holtz-Eakin et al. (1988) と Arellano and Bond (1991) においては見落とされていたということである。これらは，

$$E[u_{it}\Delta\nu_{i,t-1}]=0 \qquad (t=4,\ldots,T \text{ に対して}) \tag{12}$$

と

5　この問題については，Hsiao (1986) を見よ。

6　この型の推定量については，Veerbeek (2000) に簡単な説明がある。

$$E[u_{it}^2-u_{i,t-1}^2]=0, \quad (t=3, \ldots, T \text{ に対して}) \tag{13}$$

である。[7]

y_{it} が平均定常であるという仮定の下で，Ahn and Schmidt (1995) と Ahn and Schmidt (1999) は，積率条件(12)と(13)がそれぞれ

$$E[u_{it}\Delta y_{i,t-1}]=0 \qquad (t=3, \ldots, T \text{ に対して}) \tag{14}$$

と

$$E[u_{it}y_{it}-u_{i,t-1}y_{i,t-1}]=0, \quad (t=3, \ldots, T \text{ に対して}) \tag{15}$$

として線型に書くことができるということを示した。[8] 方程式(14)は定常性積率制約（stationarity moment restrictions）と呼ばれる。

積率制約(10)のみを用いた GMM 推定量は，α が 1 に近く $\sigma_\eta^2/\sigma_\nu^2$ が大きいときには，下方バイアスを被るということが認識されている。Blundell and Bond (1998) が彼らの理論的例示とモンテカルロ実験の中で明らかにしたことは，積率制約(10)と(14)を結合して用いた GMM 推定量は下方バイアスを改善するということである。これらの問題については，また，Kitazawa (2001) を見よ。

動学的パネルデータモデルと GMM 推定量を用いたたくさんの実証論文がある。企業の投資行動についての研究における代表的な論文として，Blundell et al. (1991) と Bond and Meghir (1994) が認識されている。労働経済学の分野では Wadhwani and Wall (1991), Konings and Walsh (1994)，そして Bentolila and Saint-Paul (1992) が代表的な論文に属する。パネルデー

7　積率条件(12)の Ahn and Schmidt (1995) における本来の形式は，$t=4, \ldots, T$ に対する $E[u_{iT}\Delta\nu_{i,t-1}]=0$ である。しかしながら，Blundell and Bond (1998) は便宜上それを(12)として書き直した。両者は同じものである。また，積率条件(13)を仮定として利用するならば，積率条件(12)は $t=4, \ldots, T$ に対する $E[\Delta\nu_{it}y_{i,t-1}-\Delta\nu_{i,t-1}y_{i,t-2}]=0$ として線型に書き直すことができる（Ahn, 1990 参照）。

8　積率条件(14)の Ahn and Schmidt (1995) における本来の形式は $t=3, \ldots, T$ に対する $E[u_{iT}\Delta y_{i,t-1}]=0$ である。しかしながら，Blundell and Bond (1998) は便宜上それを(14)として書き直した。両者は同じものである。積率条件(14)は Arellano and Bover (1995) によって最初に提唱された。自分たちは y_{it} を平均定常（mean-stationary）にするための初期条件として $y_{i1}=\eta_i/(1-\alpha)+w_{i1}$ を考えることができる。ここで，攪乱項 w_{i1} についての仮定は，$t=2, \ldots, T$ に対する $E[\eta_i w_{i1}]=0$ と $E[w_{i1}\nu_{it}]=0$ である。

タを用いた生産関数の推定においては，Griffith (1999) と Blundell and Bond (2000) が定常性積率制約を取り入れたGMMを用いて満足のいく結果を出している。

乗法的個別効果を有するパネルデータモデル

これまで自分たちは加法的個別効果を有するパネルデータについて議論してきた。ここでは，乗法的個別効果を有するパネルデータモデルの1つについて議論する。乗法的個別効果を有するパネルデータモデルについての議論については，Arellano and Honoré (2001) を見よ。

乗法的個別効果を有するパネルデータモデルの代表的な例は計数パネルデータである。計数パネルデータの例示的定式化は以下のようなものである：

$$y_{it} \sim i.i.d.Po(\lambda_{it}), \tag{16}$$

かつ

$$y_{it} = \exp(\gamma x_{it} + \eta_i). \tag{17}$$

ここで，y_{it} は従属変数であり，γ は推定すべき興味のあるパラメータであり，x_{it} は説明変数であり，そして，η_i は乗法的個別効果である。(16)が意味することは，y_{it} は平均（と分散）が λ_{it} である独立同時のポワソン分布に従うということである。この場合，従属変数 y_{it} は必ず非負の整数値である。

(16)と(17)から，自分たちは次の条件付積率条件を構築することができる：

$$E[y_{it}|x_i^t, \eta_i] = \exp(\gamma x_{it} + \eta_i). \tag{18}$$

ここで，$x_i^t = (x_{i1}, ..., x_{it})$ である。この場合，自分たちは x_{it} は x_i^{t-1} に依存すると仮定する。

条件付積率制約(18)から，自分たちは以下のような個別効果 η_i から独立な積率制約を構築することができる：

$$E[\{y_{it}\exp(-\gamma\Delta x_{it}) - y_{i,t-1}\}|x_i^{t-1}] = 0. \tag{19}$$

これらは，Wooldridge (1997) と Chamberlain (1992) によって提唱された準差分変換に基づいた条件付積率制約である。条件付積率制約(19)を用いて，自分たちは以下のような無条件積率制約の一つの集合を得ることができる：

$$E[\{y_{it}\exp(-\gamma\Delta x_{it}) - y_{i,t-1}\}x_{is}] = 0,$$

$(s=1, ..., t-1$ かつ $t=2, ..., T$ に対して)。 (20)

自分たちは無条件積率制約(20)に基づいたGMM推定量を用いて興味のあるパラメータ γ を一致推定することができる。

計数パネルデータモデルの定式化の下で(19)に類似した無条件積率条件に基づいたGMM推定量が使われる実証研究がある。Montalvo (1997) は日本企業から集められたデータを使って技術移転，及び，特許とR&Dとの間の関係を分析した。[9]

パネルデータモデルの分散の構造を推定するための方法については，Meghir and Windmeijer (1999) とKitazawa (2000) を見よ。

3．結　論

この論文において，自分たちは最近のパネルデータ計量経済学の動向について概観した。現在，パネルデータ計量経済学は議論の余地のある議題であり，将来もそうであると考えられる。現在，パネルデータモデルに対する推定量の改良が精力的に行われており，そうした改良は経済学における多くの実証的な発見を生み出している。将来もこうしたことが続くと考えられる。

参考文献

Ahn, S. C. (1990) Chapter 3: Efficient estimation of models for dynamic panel data, in "Three essays on share contracts, labor supply, and the estimation of models for dynamic panel data", *Ph.D. dissertation* (Michigan State University, East Lansing, MI)

Ahn, S. C., and Schmidt, P. (1995) Efficient estimation of models for dynamic panel data, *Journal of Econometrics*, 68, 5-28.

Ahn, S. C., and Schmidt, P. (1999) Chapter 8: Estimation of linear panel data models using GMM, in "Generalized Method of Moments Estimation", edited by L. Mátyás.

Anderson, T.W., and Hsiao, C. (1982) Formulation and estimation of dynamic

9　この型の接近法を用いて，特許とR&Dとの関係を吟味したほかの論文がある：Crépon and Duguet (1997) とCincera (1997).

models using panel data, *Journal of Econometrics*, 18, 47-82.

Arellano, M., and Bond, S. (1991) Some tests of specification for panel data: Monte Carlo evidence and an application to employment equations, *Review of Economic Studies*, 58, 277-297.

Arellano, M., and Bover, O. (1995) Another look at the instrumental variable estimation of error-components models, *Journal of Econometrics*, 68, 29-52.

Arellano, M., and Honoré, B. (2001) Panel Data Models: Some Recent Developments, *Handbook of Econometrics*, Volume 5.

Bentolila, S., and Saint-Paul, G. (1992) The macroeconomic impact of flexible labor contracts, with an application to Spain, *European Economic Review*, 36, 1013-1053.

Blundell, R., and Bond, S. (1998) Initial conditions and moment restrictions in dynamic panel data models, *Journal of Econometrics*, 87, 115-143.

Blundell, R., and Bond, S. (2000) GMM estimation with persistent panel data: an application to production functions, *Econometric Reviews*, 19, 321-340.

Blundell, R., Bond, S., Devereux, M., and Schiantarelli, F. (1992) Investment and Tobin's Q: evidence from company panel data, *Journal of Econometrics*, 51, 233-257.

Bond, S., and Meghir, C. (1994) Dynamic investment models and the firm's financial policy, *Review of Economic Studies*, 61, 197-222.

Chamberlain, G. (1992) Comment: sequential moment restrictions in panel data, *Journal of Business & Economic Statistics*, 10, 20-26.

Cincera, M. (1997) Patents, R&D, and technological spillovers at the firm level: some evidence from econometric count models for panel data, *Journal of Applied Econometrics*, 12, 265-280.

Crépon, B., and Duguet, E. (1997) Estimating the innovation function from patent numbers: GMM on count panel data, *Journal of Applied Econometrics*, 12, 243-263.

Griffith, R. (1999) Using the ARD establishment level data to look at foreign ownership and productivity in the United Kingdom, *Economic Journal*, 109, 416-442.

Hall, R. E. (1978) Stochastic implications of the life cycle-permanent income hypothesis: theory and evidence, *Journal of Political Economy*, 86, 971-987.

Hansen, L. P. (1982) Large sample properties of generalized method of moments estimators, *Econometrica*, 50, 1029-1054.

Hayashi, F. (2000) Econometrics, Princeton University Press, United States of America.

Holtz-Eakin, D., Newey, W., and Rosen, H. S. (1988) Estimating vector autoregressions with panel data, *Econometrica*, 56, 1371-1395.

Hsiao, C. (1986) Analysis of Panel Data, Cambridge University Press, United States of America.

Johnston, J. (1997) Econometric Methods, McGraw-Hill, Singapore.

Kitazawa, Y (2000) Estimating the leverage effect using panel data with a large number of stock issues over a short-run daily period: focus on the Tokyo Stock Exchange, *Journal of Financial Management and Analysis*, 13, 21-27.

Kitazawa, Y (2001) Exponential regression of dynamic panel data models, *Economics Letters*, 73, 7-13.

Konings, J., and Walsh, P. P. (1994) Evidence of efficiency wage payments in UK firm level panel data, *Economic Journal*, 104, 542-555.

Meghir, C., and Windmeijer, F. (1999) Moment conditions for dynamic panel data models with multiplicative individual effects in the conditional variance, *Annales d'Économie et de Statistique*, 55/56, 317-330.

Montalvo, J. G. (1997) GMM estimation of count-panel-data models with fixed effects and predetermined instruments, *Journal of Business & Economic Statistics*, 15, 82-89.

Runkle, D. E. (1991) Liquidity constraints and the permanent-income hypothesis: evidence from panel data, *Journal of Monetary Economics*, 27, 73-98.

Veerbeek, M. (2000) A Guide to Modern Econometrics, John Wiley & Sons, Ltd., England.

Wadhwani, S. B., and Wall, M. (1991) A direct test of the efficiency wage model using UK micro-data, *Oxford Economic Papers*, 43, 529-548.

Wooldridge, J. M. (1997) Multiplicative panel data models without the strict exogeneity assumption, *Econometric Theory*, 13, 667-678.