

「窮理通」での合成運動の記述について

—「BEGINSELS DER NATUURKUNDE」との比較—

川口俊郎

(1994年9月17日受理)

1. 序論

「窮理通」巻乃四(引力第五上)には、合成運動および力の合成と分解についての記述の部分がある。この部分は、MUSSCHENBROEKの「BEGINSELS DER NATUURKUNDE」(以後「NATUURKUNDE」とする)における、第10章の「Van de t'saamgestelde Beweginge」(合成運動について)と内容及び記述順序がほぼ同じであり、この項では「窮理通」が「NATUURKUNDE」を原本としているのは明らかである。

「NATUURKUNDE」(自然学の原理)はライデンペンで知られるミュッセンブロークの著書であり、哲学用語や物理量の定義から始めて順次複雑な概念へと進んでいく、物理学全般を概括した自然科学書である。

一方「窮理通」の記述内容および方法は、基本的な内容からしだいに高度な内容へと進んでいくという記述方法とは異なっている。例えば引力の項では万有引力、物体の落下、振り子の運動、光、重力等々が次々と前後の項目と関連なく記述されている。このような記述方法は科学教育の方法が知られていない19世紀中葉⁽¹⁾の日本にあってはやむをえないのではあるが、こうした難易の差、項目間の関連を無視した不統一な記述はかえって個々の内容の理解を妨げる結果ともなっている。

これから検討する「合成運動」に関しては、もちろん「窮理通」ではそうしたタイトルはなく、いわゆる「合成運動」の記述の前には「振り子の運動」に関する事、後には「磁石の性質」に関する事が述べられており、これらの項の間には内容的な前後のつながりはない。

「合成運動」は現在の実験でもその検証は容易ではなく、その正しい理解には、初等幾何学の知識、図形の理解力、計算力および科学的な論理の展開能力が要求される。こうした分野がどのような形で受容されたかは、日本の西洋科学受容の一端を知る上で興味深い。

「窮理通」の「合成運動」の部分には理解不可能な箇所や疑問の部分はいくつかみられる。これらは、「NATUURKUNDE」自体の記述にやや問題があると考えられるところもあるが、大部分は儒学者——「窮理通」の執筆者帆足万里はその一人——の西欧自然科学の受容による問題、つまり言葉や定義や法則にたいする姿勢、幾何学の理解、語学力等々に原因がある。

そこで、基礎資料として

(1) 「帆足万里全集 上巻」(帆足万里記念図書館発行)の「窮理通」(全集と呼ぶ)記述は漢文⁽²⁾

(2) 「日本科学古典全集 第一巻」(朝日新聞社発行)の「窮理通」, (全書と呼ぶ) 記述は漢文書き下し文⁽³⁾

(3) 「BEGINSELS DER NATUURKUNDE」(著者 PETRUS VAN MUSSCHENBROEK 1739), (「NATUURKUNDE」と呼ぶ) 記述はオランダ語⁽⁴⁾

を用い「合成運動」に関する「窮理通」と「NATUURKUNDE」の比較検討によってその理解の程度, さらに科学の受容がどのようなようであったかを考察する。

2. 内容の比較と検討

「窮理通」の記述内容に相当する「NATUURKUNDE」の部分挙げて個別に番号を付け, 漢文及びオランダ語を日本語訳にして, 筆者の検討を加える。

(1) 速度の合成

「窮理通」(巻之四 全集 p177)

甲の物体がある一つの力を得て進行する。その方向を甲乙とし, その速さは甲乙の長さに比例する。物体はさらに別の力を得てその速さと方向が甲丙のようであったとすれば, 甲の物体の動きは甲丁のようになり, 甲乙丁の鉤股形の弦をなす。その速さと方向は2力の合成によるのである。

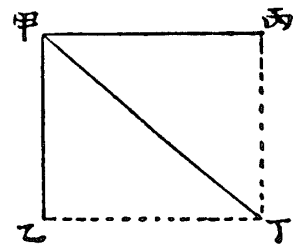


図1 全集 p177 上段

甲の物体が同時に2力を得て, 甲乙と甲丙の速度を持った場合に, 物体は四辺形の対角線の方に速度甲丁をなす。ベクトル(速度, 力など)の合成方法は正しい。ベクトルということでは, 力の合成も速度の合成もやり方は同じではあるが, 力と速度の物理量は直接的な関係はないのであるから両者は明確に区別されねばならない。しかしここではこれが混同して用いられている。

「NATUURKUNDE」(p184~185)

§ 354 もし物体が AC 方向に線 AC をその大きさとする速度で動かされ, 同時に他の作用により引かれまたは押されて AB 方向に AB の大きさの速度を得るならば, 物体はそれら2つの作用で同時に引かれることにより, 2辺が AB, AC —各々の作用によって方向と速度が物体 A の上に与えられたもの—である四辺形 ABDC の枠のさしわたしである進路 AD を動くであろう。なぜならば, A は球であって2本の糸 AB と AC にしっかりと結ばれていて, 先端の B と C の方向へ引っ張られているとし, さらに経路 AC を等間隔 Ae, eg, gi, io, oC に分割し, また経路 AB も AF, FH, HK, KM, MB に分割して考える。もし球 A が力 B によって A から F へ引っ張られ同時に力 C によって A から e に引っ張られるとすれば, ここで FE は Ae と平行かつ同じ長さであり, それ故に球は F から E の方向へ引っ張られることになる。こういうわけでこの2つの牽引によって球は E 点に存在することになる。さらにまた力 B によって球が A から H に, 力 C によって A から g に引か

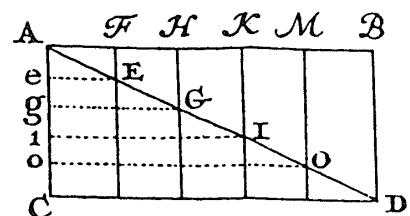


図2 [TAB VI, Fig 1]

れるとすれば、前と全く同様に移動は H から G へとなり、球は G で見出されるはずである。そしてさらに力 B で K へと、力 C で i へと（これは K から I へとなる）引かれれば、球は I において見出されるはずである。同様にその後球が力 B により M に来れば、力 C により o に来るはずであり、つまり AM と MO として示した経路について同時に移動することにより、球は O 点に存在するはずであり、全く同様に球は当然 D 点に来る。そのために球は常に枠 ABDC のさしわたし AD 上の各点で見出されるであろう。それ故に球はその経路 AD を運動することになる。このことがたやすく理解されるように、さらに他の例で説明しよう。

A を一匹の蟻として、蟻は進路 AC 上の常に平坦な行路を歩き続け、その進路は等間隔な Ae, eg, gi, io, oC として分割されているとする。その蟻の進路は同時に蟻と共に線 AB に沿って押されあるいは引かれていて、そのため AC と進行方向とは常に平行であるとする。AB もまた AC を記号で示したように多くの部分に分割し、AF, FH, HK, KM, MB のように各々が互いに等間隔であるようにする。もし AC 線が A から F へ動かされ、同時に走り始めた蟻が Ae の道を走り下ったならば、そのために蟻は E 点に来ることになる。AC 線がさらに F から H へ動かされ、一方では蟻が先端を g とした eg の進路を前へ少し走り、こうして G にやって来る、すると蟻は G に居ることになるだろう。AC 線が H から K へより一層前へ動かされ、そして蟻が gi の進路を降り下りる。すると先端 i は結果的に I となり、蟻は I に到達するであろう。線が K から M へさらに動かされ、そして蟻は先端を o として i から o へ前へ少し走り、o に到達してしまえば、蟻はやはり O に居ることになるだろう。最後に AC 線を M から B へ動かし、その間に蟻が oC の進路を前方へ走れば、C 点は D と一致し、蟻は D に存在せねばならないであろう。同じように経路 AC は BD と一致する。以上の理由から蟻は四辺形 ABDC の対角線 AD に常に存在していたことになる。

1 つの物体が同時に速度 AB と速度 AC を持った場合、物体は合成により四辺形の対角線で表される AD の速度となるという、いわゆるベクトルの合成について述べている。

「窮理通」の記述は「NATUURKUNDE」の前半部分の内容のほぼそのままであり、きわめて簡明で現在の我々の知識からすればこの程度の記述でも言わんとすることは一応理解できる。しかし、感覚的な理解は可能だったとしても、当時の人々が速度の合成を正しく理解しえたかどうかは疑問である。速度（速さ）は変位（長さ）と時間から導かれるもので「窮理通」にはこの時間の扱いを欠いている。時間の処理はとりわけ難しく、そのため速度の合成は現在の物理学実験でも簡単には検証できない。また、『その速さと方向は 2 力の合成による（其速與方向皆二力合成也）』には、力と速度の物理量としての明確な区別がなく、そのため力と速さが比例するかのような誤った考えになる。

一方「NATUURKUNDE」では、1 物体に 2 力が働くことによる物体の速度の合成を一定時間での微小変位によって詳しく述べ、さらに具体的に蟻の運動と蟻を載せた物の運動による 2 方向への合成運動を非常に丁寧に述べていて、速度の合成に直接言及するのではなく、一定時間における移動距離の合成をもとにして結果として速度の合成が理解できるように巧妙に説明している。定義に対する厳格な姿勢や緻密な説明はこのような簡単な事項でも示されていて、「窮理通」との比較で注目される。

（2） 2 方向が鋭角および鈍角の場合の合成

甲の物体が甲乙・甲丁の力を得れば物体は甲丙の運行を行う。これは甲戊に比べて長い。なぜならば、甲乙は丁丙と平行であり、甲乙丙は鈍角をなしており、これは甲己戊の角度である直角より大きいからである。甲の物体が甲庚の力を得れば、甲庚と甲丁の2力により甲の物体は甲辛の方向へ運行する。この距離は甲戊に比べて短い。これは、甲庚辛が鋭角であり、直角である甲己戊に比べて小さいためである。図における癸辛と癸庚の差は短弦と長弦とのようなものである。

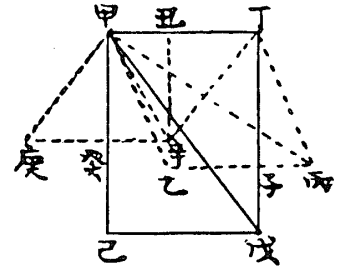


図3 全集 p177下段

帆足子は次のように言っている。この論はとりわけ誤っている。甲丁丙乙はまさに梭形をなしている。甲の物体の行路は甲丙よりやや短く、なお七、八のようである。なぜならば、甲丁・丁丙の2力は股2乗2段と鉤2乗2段とに比べられ、甲丙力は股2乗4段に比べられるためである。庚甲丁の鈍角はいまだ甲角を得ていない。だから甲の速力は計算できない。

いま、甲庚を5寸とし、甲丁を7寸とし、庚丁を1尺1寸6分あまりとし、庚丙・丙乙は同じ4寸とすれば、丁乙は3寸6分あまりとなり、丁乙2乗と乙丙・丁乙を掛けて2段、あわせて平方にひらいて、6寸4分6厘を得、これを甲己の進力とする。もし、甲丁が短ければ甲己の進力もそれによって減少し、かえって甲乙より短くなる。

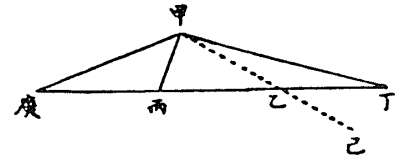


図4 全集 p177下段

内容の要旨は、1物体が持つ2つの速度(力)の間の角度が、鋭角や鈍角の場合の合成であり、2つの速度(力)を平行四辺形の2辺としたとき、その対角線が合成された速度(力)になるとする。ここではいくつかの問題点があげられる。

第1に、図3は図1に破線を描き加えたものであり、四辺形甲己戊丁の対角線甲戊と四辺形甲乙丙丁の対角線甲丙では甲丙が甲戊に比べて長いと述べている。その理由として『甲乙と丁丙は平行』あるいは『甲乙丙は鈍角で甲己戊の角度である直角より大きい』というが、これは『甲丙が甲戊に比べて長い』の理由にはならない。また図3も甲丙の方が甲戊より短くみえる。なぜこのような説明と図になっているのかを考えると、「NATUURKUNDE」では(図10参照)

『ここで $A\delta$ (甲丙に対応、以下同じ) は AD (甲戊) よりも大きい。というのは2線 $A\gamma$ (甲乙), $\gamma\delta$ (乙丙) は AC (甲己), CD (己戊) と同じであるが、角度 $A\gamma\delta$ (甲乙丙) は ACD (甲己戊) より大きいからである』となっており

図3にあてはめれば

$$\text{甲乙}(A\gamma) = \text{甲己}(AC) \quad \text{乙丙}(\gamma\delta) = \text{己戊}(CD)$$

という2辺の長さが各々等しい平行四辺形なのである。ところが「窮理通」では、2辺の長さが各々等しいという言葉はない。平行四辺形甲乙丙丁を作る条件をあいまいにしたままで、2辺のなす角度と対角線の大小を論じている。そのために図もあいまいなものとなり、記述も理解しづらいものとなっている。

第2に、『図における癸辛と癸庚の差は短弦と長弦とのようなものである』という部分は何んのか意味不明であり、「NATUURKUNDE」にもそれに該当するところはない。文

意からすれば、甲己と庚辛の交点を癸として、図5のように図3の左部分を取り出して甲庚癸辛の図を描いた場合に、図の形上から庚辛を弦と考えれば癸辛は短い弦（短弦）、癸庚は長い弦（長弦）ということであろう。しかし内容の本筋とは何の関係もない。

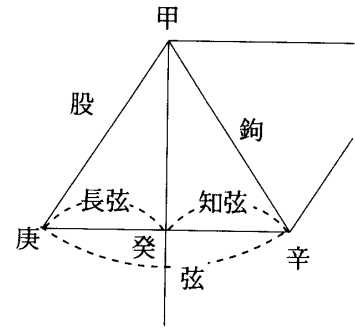


図5 図3の左部分

第3に、『帆足子は次のように言っている。この論はとりわけ誤っている（此論殊爲紕繆）』で帆足子が言う此論とはどこを指すのか不明である。これは後で「NATUURKUNDE」と比較して検討する。

第4に、『甲の物体の行路は甲丙よりやや短く、なお七、八のようである』はこのままでは意味不明なので、傍線のところを甲丁丙のように丁を入れ、カッコのように文章を追加すれば、『甲の物体の行路（である対角線甲丙）は、甲丁丙（と経過する行路）よりやや短く、（甲丁丙の行路を十とすれば甲丙は）なお七、八である』と解釈できる。字の欠落や文章の省略のために正確な理解が妨げられている。

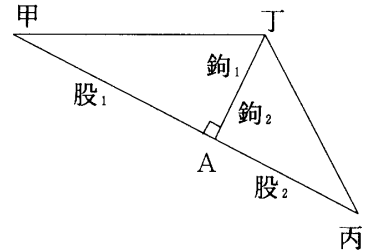


図6 図3の△甲丁丙

第5に、『甲丁・丁丙の2力は股2乗2段と鉤2乗2段とに比べられ、甲丙力は股2乗4段に比べられる』とはどういう意味かを推察する。

図6において、甲丙に直角に丁から引いた線の交点をAとすると、△甲丁Aに関して甲Aを股₁とし、丁Aを鉤₁とする。同様に△丁丙Aに関してA丁を股₂、丁Aを鉤₂とすると、

$$\text{甲丁}^2 = \text{股}_1^2 + \text{鉤}_1^2$$

$$\text{丁丙}^2 = \text{股}_2^2 + \text{鉤}_2^2$$

これを加えると、

$$\text{甲丁}^2 + \text{丁丙}^2 = (\text{股}_1^2 + \text{鉤}_1^2) + (\text{股}_2^2 + \text{鉤}_2^2)$$

となり、甲丁²+丁丙²を甲丁・丁丙とし、股₁≡股₂≡股、鉤₁≡鉤₂≡鉤とおけば

$$\text{甲丁} \cdot \text{丁丙} \equiv 2 \times \text{股}^2 + 2 \times \text{鉤}^2$$

と表せるので『股2乗2段と鉤2乗2段とに比べられる』となる。

さらに、図7において、Aから甲丁に下ろした垂線の交点をB、Aから丁丙に下ろした垂線の交点をCとし、△甲BAに関して甲Bを股₃、△BA丁に関してABを股₄、△丁ACに関してACを股₅、△CA丙に関してC丙を股₆とすれば、

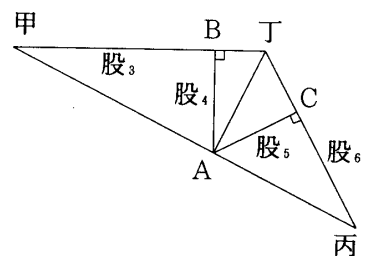


図7 図6に補助線を追加

$$\text{甲 } A^2 = \text{股}_3^2 + \text{股}_4^2$$

$$A \text{ 丙}^2 = \text{股}_5^2 + \text{股}_6^2$$

となるので、

$$\text{甲 } A^2 + A \text{ 丙}^2 = (\text{股}_3^2 + \text{股}_4^2) + (\text{股}_5^2 + \text{股}_6^2)$$

となり、甲 $A^2 + A \text{ 丙}^2$ を甲丙とし、 $\text{股}_3 \equiv \text{股}_4 \equiv \text{股}_5 \equiv \text{股}_6 \equiv \text{股}$ とおけば

$$\text{甲丙} \equiv 4 \times \text{股}^2$$

と表せるので『股 2 乗 4 段に比べらる』となる。こうした書き方は和算でよく用いられるのであるが、あくまで論理上のいわゆる空論であり、四辺形の 2 辺の長さが与えられても、このような方法で対角線の長さが計算できるものではない。

第 6 は、『いま、甲庚を 5 寸とし、甲丁を 7 寸とし、庚丁を 1 尺 1 寸 6 分あまりとし、……』では、文章の要旨からすれば図 8 の甲辛の大きさを求めるというもので、三角法（余弦法則など）を用いれば、図のように 3 辺の長さが 5, 7, 11.6 の場合は甲辛 = 3.67 と計算できる。しかし、ここでは意味不明な説明と図が挙げられている。図 4 に数値を書き加えた図 9 を参考にすると、計算は

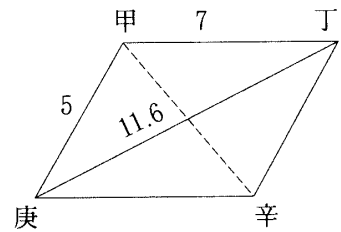


図 8 図 3 の四辺形甲庚辛丁

$$\sqrt{\text{丁乙}^2 + 2 \times \text{乙丙} \times \text{丁乙}}$$

$$= \sqrt{3.6^2 + 2 \times 4 \times 3.6} = 6.462$$

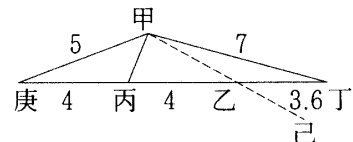


図 9 図 4 に数値を入れた

であり、平方根の計算に誤りはないが、丙, 乙, 己の記号の意味、計算結果の意味は不明である。その後の文章『甲丁が短ければ甲己の進力もそれに従って減少し、かえって甲乙より短くなる』も、何を言おうとしているのか理解できない。

「NATUURKUNDE」(p186~p187)

四辺形の対角線 AD は 2 辺 AC, AB の和よりも常に小さいので、互いにある角度をなして同時に働いている 2 つの力によって動かされる物体 A は、決った 1 つのより短い経路を走り下ることになるだろう。というのは 2 つの力は別々の時刻でそれぞれ独立に物体 A を押しあるいは引っ張るためである。

§ 356 もし物体を前方へ引っ張る 2 つの力が一定の大きさで継続して働いているならば、力の働く方向が互いに一致する方向になればなるほど、つまりそれらの辺が互いにより小さい角度をなせばなるほど、同一時間で物体の経路はより大きくなるだろう。

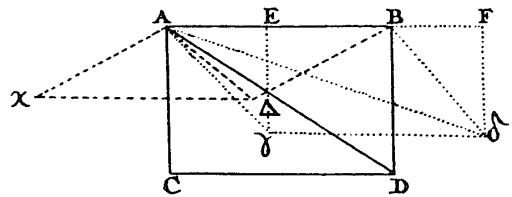


図 10 [TAB VI, Fig 2]

それに反して、力の働く方向が互いにさらに開いて、つまり互いがより大きい角度になれば経路はより短くなるだろう。なぜならば、AC方向とAB方向が互いに直角をなしているとすれば、物体Aは四角形ABCDの対角線ADを走り下る。

もし2方向がさらに近づいて、 $A\gamma$, ABによって鋭角をなすならば、物体は2方向により作られる四角形 $AB\delta\gamma$ での $A\delta$ 線を描くだろう。ここで $A\delta$ はADよりも大きい。というのは2線 $A\gamma$, $\gamma\delta$ はAC, CDと同じ大きさだが、角 $A\gamma\delta$ は角ACDより大きいからである。なぜ $A\delta$ はADより大きくなければならないかはユークリッド第1巻本の24§に従っている。もし方向がAB, $A\chi$ であり、互いに反対にあると見なせば、物体Aは四角形 $A\chi\Delta B$ の対角線 $A\Delta$ を描くだろう。この対角線 $A\Delta$ はADよりも小さい。なぜならば角 $A\chi\Delta$ は鋭角であり、ACDより小さいからである。

§ 357 もし個々の作用によって物体が固有に獲得した速度に注目し、2つの方向がなす角度がわかれば、2つの力によって引っ張られた物体Aの走り下った進路の長さがわかるだろう。

つまり、物体が各々の作用によって得た速度をAB, ACとすれば、2方向によって作られた角度は $\angle BAC$ である。これらの余角あるいは2直角をなす角は、2つの既知の線AB, BDの間にある $\angle ABD$ である。それゆえ、三角法の計算によってADの長さを知ることが可能となる。もし $\angle ABD$ が直角であるならば、ABの2乗とBDの2乗を加え、それらの和の平方根を得ることが必要であり、これはADと同じ長さとなる。一方ABを10duimen (ディメン 筆者)⁽⁶⁾, B δ を8 duimen, $\angle AB\delta$ を130度として、 $A\delta$ の長さを知りたいければ、まず初めに2つの角BA δ とB δ Aを求めねばならない。それらの和は $180-30=50$ である。またその和の半分は25度となる。ここで用いる方向はこれである。2辺ABとB δ の和は $10+8=18$ であり、辺の差は $10-8=2$ となる。そこで、合計角の半分つまり25度の正接は4663077 (0.4663077のこと 筆者以下同じ) であり、2度54分となる差の半分である正接に依じている。合計角の半分25度に加えると、 $\angle A\delta B$ はそれより大きな27度5分8となり、合計角の半分25度から減じると、 $\angle BA\delta$ はより小さな22度2分となる。これがわかったならば、 $\angle BA\delta$ の正弦は3751489 (0.3751489) で、8 duimenの辺B δ に対していて、同様に角 $AB\delta$ の正弦は7660444 (0.7660444) で、 $16.1260208/3751459$ duimenの辺 $A\delta$ に対している。

前半の§ 356では物体が同時に2方向へ動かされた場合の変位(速度)の合成を扱っている。平行四辺形の対角線として合成された変位(速度)の大小は、2方向のなす角度の大小によっている。角度の大小と対角線の長さの大小の関係の証明はユークリッド幾何原本§ 24によっていると言う。

後半の§ 357では具体例として2辺の長さとその間の角度がわかった場合の平行四辺形の対角線の長さを求める方法を述べる。角度が直角の場合は3平方の定理で求め、直角でない場合は三角法を用いるという。

本文の例がどのように解かれているかを、数値、計算順序から推測し、たどってみる。図10の $\triangle AB\delta$ 部分に補助線と記号を書き加えた図11を参考にして、B δ と同じ長さを $A\delta$ 上にとりB δ' とする。

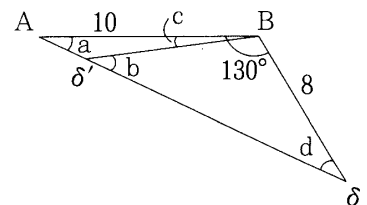


図11 図10の $\triangle AB\delta$

$$180-130=50 \quad \text{なので}$$

$$a+b=50$$

$$b-a=c$$

これより

$$a = 25 - \frac{c}{2}$$

$$b = 25 + \frac{c}{2}$$

一方、正接の法則によって（本文には明記していない）

$$\tan \frac{b-a}{2} = \tan \frac{c}{2} = \frac{AB-B\delta}{AB+B\delta} \cot \frac{130}{2}$$

数値を入れて計算すると

$$\tan \frac{c}{2} = \frac{2}{18} \cot 65 = \frac{2}{18} \tan 25 = 0.05181196$$

これより

$$\frac{c}{2} = 2^\circ 58' \quad (\text{本文では } 2^\circ 54')$$

となる。これを用いて

$$a = 22^\circ 2' \quad (\text{本文と同じ})$$

$$b = 27^\circ 59' \quad (\text{本文では } 27^\circ 5'8)$$

次に、正弦法則を用いて（本文には明記していない）

$$\frac{A\delta}{\sin 130} = \frac{8}{\sin 22^\circ 2'}$$

$$A\delta = \frac{0.7660444}{0.3751459} \times 8 = 16.335 \quad (\text{本文と同じ})$$

以上のような手順で対角線 $A\delta$ の長さを求めていると推測される。

しかし、「NATUURKUNDE」での記述は簡単な計算と数値を並べているだけであり、どういう法則・式で計算を進めたかは述べていない。

筆者は先に「窮理通」の内容の第3の問題として、『帆足子曰、此論殊爲紕繆』において、帆足子が此論のどこに紕繆があるといっているのか不明であると指摘していた。それは、「窮理通」に此論に相当する箇所が見られないためであった。では此論とはなんのことであるのか。三角関数表は万里は8線表という名称で知っていたと思えるが⁽⁶⁾、「NATUURKUNDE」で用いられたと考えられるのは上記の計算のように、平面三角法のうち少なくとも余角の三角関数、正弦法則、正接の法則であって、これらの知識がなければ単に三角関数表を知っていたとしても「NATUURKUNDE」の計算の理解は不可能である。つまり、万里は平面三角法を知らなかった。そのために「NATUURKUNDE」の解法を理解できず、「NATUURKUNDE」の方法を「此論」として、それを紕繆であると言ったのではないかと考えられる。したがって、それに代る方法として和算での「股、鉤、弦」の方法を紹介したのであろう。

(3) 1点に働く多くの速度の合成

「窮理通」(巻之四 全集 p178)

甲の物体が甲乙・甲丙の2力を得れば、相併さって甲丁となる。別に戊方向からの力が働き甲の物体を押し進めて戊己線によって進行させれば、甲丁・甲己の2力は相併さり甲庚をなす。これは甲丁庚己の四辺形の斜線である。更に辛力があって甲の物体を押し辛壬線によって進行させる。甲庚・甲壬の2力は相併せて甲癸をなす。これは甲庚癸壬の四辺形の斜線である。故に甲の物体が子・丑・戊・辛の四力を得た場合は、甲癸の速さで進行し、甲癸の長さをなすのである。

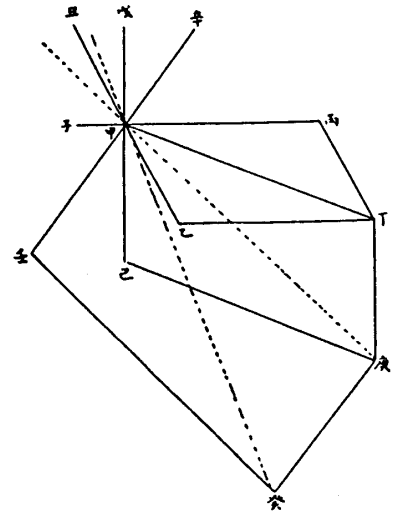


図12 全集 p178上段

ここでは4つのベクトル(速度あるいは力)の合成をあつかっている。甲丙と甲乙を平行四辺形の対角線(斜線)として合成したものが甲丁となり、同様に甲丁と甲己を合成したものが甲庚となる。さらに甲庚と甲壬を合成したものが甲癸となって、結局4つのベクトルを合成したものは甲癸となる。ここでも(1)と同様に力と速度の概念は混同されている。

「NATUURKUNDE」(p187)

§ 358 同様にみれば、同時に多くの力でさまざまな方向へ押されあるいは引かれる物体の進路や速度がわかるだろう。まず我々は、2力によって動かされる物体の方向や速度を定めなければならない。そしてその合成された進路や速度は1つの作用によって生じたものとして理解せねばならない。さらに、同時に働いている第3番目の力の方向を考慮して、四辺形の対角線を引くという手順で、物体はどのような進路と速度を取るかが解る。その場合の四辺形は最初に引いた対角線と第3番目の力の方向によっている。こうして次々と進めていく。しかしこれは図形を考えれば明白に理解できる。

物体Aが力Eによって進路ABを速度ABで、またAGの進路を力Dにより速度AGで進まされるとすれば、Aは四辺形ABHGの対角線AHを動くだろう。また同時に物体AをAF線上でAFの速度で押すような力Cがあるとすれば、物体はAHとAFにより作られる四辺形AHIFの対角線AIを動く。さらにまた同時に物体Aに別の力Mが加わり、AIとAKでできた四辺形AILKによって速度ALを与える。こうして物体Aは同時に働く前述のE, D, C, Mの力で動かされてALの進路をALの速度で走る。

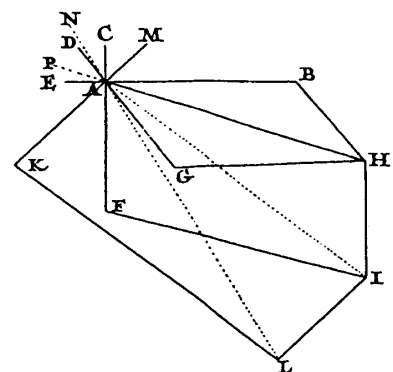


図13 [TAB VI, Fig 3]

まずベクトル(速度)の合成の原理を述べている。それは、1番目と2番目のベクトルで合成した合成ベクトルを平行四辺形の対角線として求め、この合成ベクトルと3番目のベクトルから新たな合成ベクトルを求める。こうして順次新たなベクトルを求めていくという方法である。つぎに具体的に4つの力によって生じる速度の合成を原理に基づいて説明する。(1)と同様に力とそれによって引き起こされる速度の2つの概念は明確に言葉で区別されて書かれている。「窮理通」では後半の具体的な説明の部分の内容をほぼそのまま記述している。

(4) 3力の釣り合い

(4)と(5)の記述順序は「窮理通」と「NATUURKUNDE」では逆になっている。議論の展開の上から、ここは「NATUURKUNDE」での順序に従う。

「窮理通」(卷之四 全集 p178)

3つの牽引力甲・乙・丙があるとする。各々の方向をたどっていけば丁点に集まり、三角形丁戊己と丁己庚をなす。丁点を引く乙力は、速さは戊丁に比されて、丁点を引く丙力は、速さは庚丁に比される。丁点は2力に引かれて必ず正方斜線の行路をなして、己点に至る。今そうっていないのは、甲力が留めているためである。これは3力が等しいということである。

甲、乙、丙の3力が丁点に加わっているときは、乙の力戊丁と丙の力庚丁の合力は己丁となり、丁点が動かなければ甲力と己力が等しいことになってこの場合に甲、乙、丙の3力が釣り合うことになると言う。(3)と同様に速度と力の概念は区別されないまま用いられている。

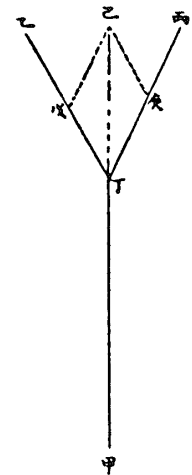


図14
全集 p178下段

「NATUURKUNDE」(p189)

§ 363 三つの押すあるいは引く力 A, B, C があって、その方向は D 点で一致しているとしまた互いに釣り合っているとすれば、それらは力の向きと同じで、3つの直線 DG, GE, DE を長さとする力となり、そしてそれらの力によって三角形 DGE あるいは DEF ができる。

もし速度 DG で D 点を引張る力 B と、速度 DF で同じ D 点を引張っている力 C が与えられているならば、D 点は四角形 DGEF の対角線 DE の方向に動かされるだろう。それ故、D 点を静止状態に保つための力 A は、D 点において速度 DE で動かすことができる力と同じ大きさでなければならない。ただし、同種の摩擦を持った物体を動かす力は、そうした物体が動かされる速度と比例するので、§ 152⁽⁷⁾に従って、力 A は DE、力 B は DG、力 C は DF あるいは GE となるだろう。こういうわけで三角形 DGE の三辺は三力 A, B, C の大きさとなる。

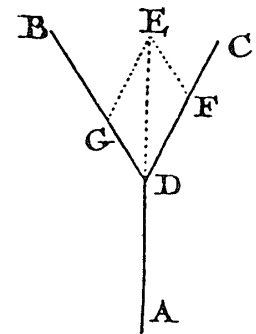


図15
[TAB VI, Fig 6]

§ 364 $\angle ADB$ の正弦は $\angle BDE$ の正弦と等しく、EG で示され、 $\angle ADC$ の正弦は $\angle EDF$ の正弦と同じで、EF で示され、また GD によって示され得る。 $\angle BDC$ の正弦は $\angle EGD$ の正弦と同じであり ED で示される。すべての三角形では正弦は三角形の辺により示される。だから力 A 対力 B は $\angle CDB$ の正弦対 $\angle ADC$ の正弦となり、また力 C 対力 A は $\angle BDA$ の正弦対 $\angle CDB$ の正弦となる。そのため、各々の方向の三つの牽引力が作っている角を知ることにより、平衡の状態での各々の牽引力の大きさを、正弦表により直ちに知ることができる。

前半 § 363 では、3力が釣り合っている場合は力の平行移動によってできた三角形の各々の辺が力の大きさに対応すると言う。また力によって生じる速度についても力の合成と同様に合成がなされ、各々の速度の比が三角形の辺の比で求まると言う。ここで注目すべきことは、§ 152によって、いままでややあいまいに使用されてきた力と速度と変位の関係を明確にしていることである。それは、物理量としての力(作用)と速度には比例関係はない

が、摩擦力が働いている条件の下では、力（作用）に応じて変位（移動距離）は異なり、変位は速度と対応する、従って、力（作用）と速度は対応するという。つまり、今まで厳密には区別されずに用いられてきた力と速度を、比例関係で取り扱うことができることを明かにしている。

後半 § 364 では、 $\triangle DEG$ での正弦法則によって A, B, C の力と三角形の各辺の対応を説明する。「窮理通」では、正弦法則が理解されていなかったためか、この部分の記述はない。§ 364 の内容を式で示せば、図16を参考にして、

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sin (180 - c) = \sin c \\ \sin \beta &= \sin (180 - b) = \sin b \\ \sin (b + c) &= \sin (180 - a) = \sin a \end{aligned}$$

$\triangle DEG$ において、正弦法則により

$$\frac{DE}{\sin a} = \frac{GD}{\sin b} = \frac{GE}{\sin c}$$

また

$$DE = \text{力 A} \quad GD = \text{力 B} \quad GE = DF = \text{力 C}$$

したがって

$$A : B : C = \sin a : \sin b : \sin c$$

となり、本文で言うように平衡の状態での3つの牽引力の大きさの比は、牽引力で作る三角形の各辺の向い合う角度の正弦の比と対応しており、正弦表から力の比を求めることができる。

力と速度の関係については、力と時間の積である力積は、質量と速度の積である運動量の変化に比例する 力量 = 運動量の変化 が物理学の基本式の1つであって、力と速度には比例関係は存在しない。そもそも物体における力と速度の関係に関してはアリストテレスの力学法則⁽⁸⁾ において、速度は力と比例し抵抗力（摩擦力）反比例すると長年誤って信じられてきたのであった。もちろん「NATUURKUNDE」はニュートンの運動法則を基本とした近代力学に拠っていてアリストテレスの法則は否定する。しかし初学者が速度の合成を理解するには、力と変位からの類推は感覚的にわかりやすく、「NATUURKUNDE」でもこうした方便を用いた記述となっている。その方便が力と速度の混同を「窮理通」にもたらしたと考えられる。

(5) 3力の釣り合いと三角形

「窮理通」(巻之四 全集 p178)

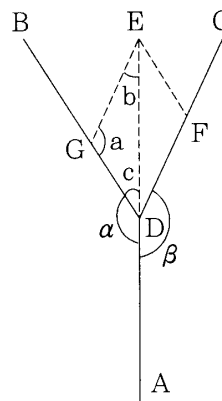


図16 図15に角度を記入

いま、3力甲・乙・丙がある。3力は平行移動によって丁点にあつまり三角形丁戊己を形成している。上の文で述べたように⁽⁹⁾、甲丁・丙丁・乙丁の3直線はまさに三角平面の中径⁽¹⁰⁾をなすので、甲・乙・丙の3力は三角形の各々の辺に対応している。

3力甲・乙・丙が釣り合っている場合、各々の力の大きさは三角形の各辺に対応した大きさであると言うのであるが、三角形はどう作られたのか、その三角形はどれなのか、また各力はどの辺に対応するのかはわからない。さらに記述中の記号は甲乙丙丁戊己の6個なのに、なぜ図の中には他に多くの記号を用いてあるのかもわからない。

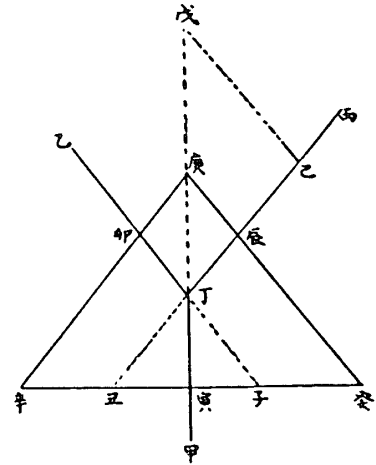


図17 全集 p178下段

「NATUURKUNDE」(p189)

§ 365 それら三つの牽引力の大きさは、三方向に垂直に立てた3本の線によって表される。そしてそれらは集まって一つの三角形を作る。

§ 363のように互いに釣り合っている3力A, B, Cがあるとす。力の方向およびその平行線で三角形DPQを作る。しかる後に力の3方向に対して直角にFE, EG, FGを引き、その直線を一致させて一つの三角形を形作るとする。力BのBD方向を前方へMまで引き、CD方向をNまで引けば、 $\triangle DMK$ は $\triangle HME$ と相似形をなすだろう。それ故 $\angle MDK = \angle HEM = \angle HDF = \angle DPQ$ となる。また、 $\triangle DNK$ は $\triangle LNG$ と相似形であり、 $\angle NDK = \angle LGN = \angle PDQ$ 。それ故 $\triangle EFG$ において、 $\angle EFG = \angle PQD$ である。2つの三角形の $\triangle EFG$, $\triangle PDQ$ は相似形であるので、 $PD : EG = PQ : EF = DQ : GF$ である。三角形($\triangle PDQ$)は辺を力A, B, Cの大きさに表すから、相似の $\triangle EFG$ も同じ関係をなすだろう。つまり辺EGは力Aを、EFは力Bを、FGは力Cを示す。

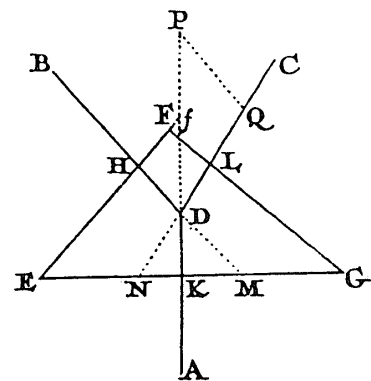


図18 [TAB VI, Fig 7]

この問題は、互いに釣り合っている3力の大きさを定めるのに非常に有益であり、同様な問題を後の例によって明らかにしよう。

3力A・B・Cが釣り合っている場合に、その大きさの割合はどのように決まるかということである。(4)では、3力で作る三角形の辺に向い合う角度の正弦の比として求めたのであるが、今回は3力に垂直に引いた線で作る三角形の辺の大きさの比によるという。

まず各力を平行移動して $\triangle DPQ$ を作る。次に、AD, BD, CD線に各々直角な線を引き(図上のK, H, L点は各AD, BD, CDの線上であればその場所は任意)、その線を延長して $\triangle EGF$ を作る。この場合図の描きかたによってはFとfが一致することもありうる⁽¹¹⁾。補助線DM, DNを引いて三角形の相似から結果として

$$\triangle DPQ \sim \triangle EGF$$

故に

$$PD : PQ : DQ = EG : EF : GF$$

一方

$$AD(\text{力 } A) : BD(\text{力 } B) : CD(\text{力 } C) = PD : PQ : DQ$$

したがって

$$\text{力 } A : \text{力 } B : \text{力 } C = EG : EF : GF$$

つまり、ここでの結論は『平衡状態にある3力の大きさの比は各々の力の方向に直交する線で形作った三角形の辺の比によって表すことができる』であり、この方法は3力の大きさを定める方法として非常に有益であると言うのである。

さて、「窮理通」で指摘されるのは、どの三角形のどの辺が3力と対応するかということであった。これは「NATUURKUNDE」の§365の冒頭の『それら三つの牽引力の大きさは、三方向に垂直に立てた3本の線によって表される。そしてそれらは集まって一つの三角形を作る』の部分が「窮理通」の記述にはないこと、つまり§365の主旨が理解されていないことによっている。しかも、「NATUURKUNDE」は三角形の相似の証明のために図に見られる多くの記号を用いるのだが、「窮理通」では相似の証明はなく、図だけを「NATUURKUNDE」から引き写して漢字で置き換えているために図には本文中の証明にはない記号が現れて、本文との関係がなおさら不明確となっている。

この§365のポイントは『平衡状態にある3力の大きさの比は各々の力の方向に直交する線で形作った三角形の辺の比によって表すことができる』(以後〈§365の法則〉と言う)ということであり、これを用いて「NATUURKUNDE」では(6)、(7)、(8)の事項が説明されている。

(6) 斜面上の物体の釣合い

「窮理通」(巻之四 全集 p179)

いま、甲球がある。乙丙の側面を下降しようとして、丁力のために引き止められている。これには3つの力が働いていることを知るべきである。第1は斜面の戊点にあつて甲の重さを支えていて、戊甲線がこれである。第2は甲の重さ(重力)であり、鉛直線にしたがって下圧している。第3は丁の牽引力である。これとは別に己庚丙の3本の線を引き、この線を(三角形の)股弦鉤とすれば、(この三角形は)甲戊丙の(三角形の)鉤股弦の線と同じである。甲丙は必ずしも地平線と鉛直にはならない。いま仮に、地平線と直交するとすれば、甲丙は庚丙に対比せられる。ゆえに庚丙は甲の重さに対比せられる。己丙は傾いた斜面上で甲球を支える力(甲戊)に対比せられる。庚丙の2乗から己丙の2乗を引き、これを平

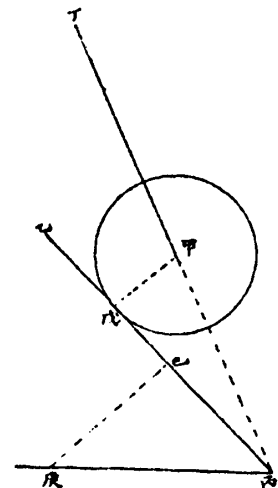


図19 全書 p308

方に開けば丁の牽引力となる。ゆえに己庚は丁の牽引力に対比されるのである。(カッコ内は筆者の加筆)

斜面上にある物体に抗力甲戌と、重力と牽引力甲丁の3力が働く場合、その3力の大きさの比が△己庚丙の辺に対応するという主旨であるが、この記述には次にあげるような疑問があって内容の理解が困難である。

第1に、己庚線の引きかたである。「NATUURKUNDE」では3力と三角形の関係を〈§365の法則〉で証明している。だから図19では己庚線は丁甲の延長線丁丙に直角に引かれるべきであるのだが、己庚線がどのように引かれているのかはこの記述と図からは全くわからない。さらに議論には何の関係もない△甲戌丙をなぜ出しているのか、△己庚丙はどのように作られるのか、重力、面の抗力、牽引力が△己庚丙にどう対応するのかもわからない。

第2に、『甲丙は必ずしも地平線と鉛直にはならない。いま仮に、地平線と直交するとすれば、甲丙は庚丙に対比せられる』において、甲丙線は牽引力甲丁の延長線であるから、力の働きからすれば牽引力甲丁が地平線に直交するはずはなく(もし直交すれば重力と牽引力が等しくなり、面の抗力は0になって、3力の平衡問題ではなくなる)、甲丙と庚丙の対比もありえない。だからこの文のままでは本文で言う3平方の定理で丁の牽引力を求めることなどはできない。

また、無理に本文でいう丁の牽引力を求めようとするならば、『いま仮に、甲丁が斜面乙丙に平行であるとすれば』と訂正して、図20のように庚己を乙丙に直交させるならば、三角形の相似から牽引力丁甲は己庚に対応するので、「窮理通」で言うように

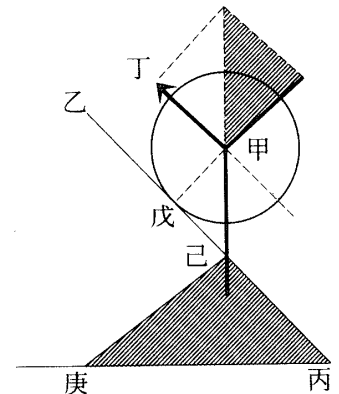


図20 図19で甲丁を乙丙に平行に引く

$$\text{牽引力丁} = \text{己庚} = \sqrt{\text{庚丙}^2 - \text{己丙}^2}$$

が導かれる。

「NATUURKUNDE」(p190)

§366 重量Cが斜面AB上にあり、力Pによって止められているとすれば、ここには3つの力が存在しているということがわかるだろう。第1は、斜面のGにおいて重量Cを支えていてGCの方向に働いている。第2は、重量Cの重力で水平線に垂直に働いている。第3は、牽引力Pである。ここでGCに垂直なOA、牽引力PCAに垂直なOD、重力方向に垂直なDAという各々3方向に垂直である3直線OD、DA、OAを引くとすると、これら3本の線は1つの三角形ODAを形作り、このことから辺DAは重量Cの大きさを表し、OAはCを支えるためにどれだけの大きさが斜面上に働くかを表し、ODは牽引力Pの大きさを表すであろう。

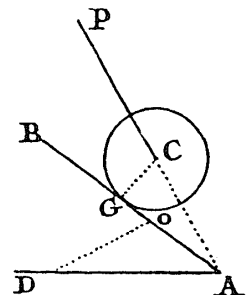


図21 [TAB VI, Fig 8]

ここは (5) の〈§ 365の法則〉の応用である。面の抗力 GC に直交する OA, 牽引力 PC に直交する OD, 重力 (鉛直方向) に直交する DA を引く。このさい O 点は PA に直交するように引けば AB 上のどこでもよい。すると OA, OD, DA によって $\triangle ODA$ ができる。図21だけでは解りづらいので、図22に補助線を書き加えた図22を参考にすると、物体の重力を W, 斜面の抗力を N, 牽引力を P として

$$W \perp AD, N \perp AG, P \perp DO$$

のように定めると、三角形の相似により

$$\triangle ODA \sim \triangle NWC$$

が成り立つ、従って

$$\text{物体の重力 } W : \text{斜面の抗力 } N : \text{牽引力 } P = DA : OA : OD$$

となって、斜面上の静止した物体に働く力の比を求め得る。

以上のように「NATUURKUNDE」の解法は〈§ 365の法則〉を用いている。しかし「窮理通」では (5) と同様にこの法則が正しく理解されなかったために、不明瞭な記述と共に、形だけを引き写したような図を描き、しかも無理に 3 平方の定理を用いて和算流に説明しようとしたと考えられる。

(7) 2 斜面上に静止した物体に働く力

「窮理通」(巻之四 全集 p179)

甲球が乙丙・丁丙の 2 斜面の間にある。この場合には 3 つの圧搾力がある、三角形戊丙己をなしている。球の中心甲から甲庚・甲辛の 2 線を引けば、それらは斜面に直交する。壬甲は重力に対応して、己戊線と直交する。故に、三角形戊丙己は 3 力に対比することができる。なぜならば、戊丙は乙丙の斜面が物体を支持する力に対応し、己丙は丁丙の斜面が支持する力に対応し、戊己は甲球の重力に対応する。重力は鉛直線の下向きに力がかかる。乙丙・丁丙は斜面の傾きが各々異なっていて、これらによって三面形をなすためである。

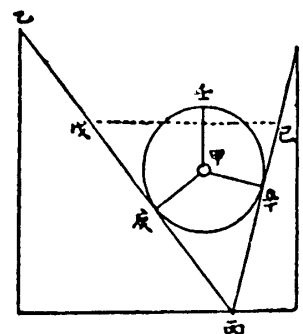


図23 全集 p179下段

2 つの斜面上にある物体に加わる 3 力の大きさ (重力甲壬, 斜面の抗力甲庚および甲辛) を求めるものである。3 力と \triangle 戊丙己の関係から、3 力の大きさの比が三角形の辺の比として表せるという。

「NATUURKUNDE」(p191)

§ 367 物体Cが斜面ABとDBの間にはさまっていて、物体の重力で斜面を押すことにより、斜面上に留まるとすれば、ここにはまた3つの力が働いていて、その力は、働いている力の向きに直交するような直線によってできる三角形EBGの、各辺で示される。

なぜならば、重量Cの中心から斜面の接触点へCH, CKと引いた線があり、それは斜面ABではHC方向で物体Cに働き、斜面DBではKC方向に働いている。ここでHCとKCはABとDBに垂直に立っていて、重力の方向であるLCもまたEGに垂直である。三角形EBGの辺が3力の大きさを示していることから、EBは斜面ABでの作用を表し、GBは斜面DBでの作用を表し、EGは重量Cの重力を表している。

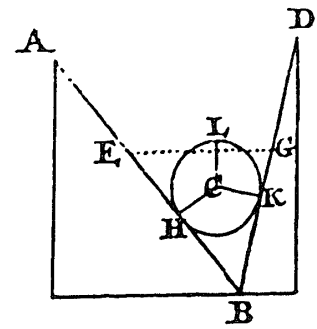


図24

[TAB VI, Fig 9]

第1に、三角形の2辺EB, BGが、辺EGより大きいならば、2斜面EB, BGによる物体Cへの作用は、重力の作用よりもより大きいだろう。

第2に、斜面AB, BDの勾配が急であればあるほど、斜面からの物体Cへの作用はますます大きくなる。なぜなら、重力を表す線EGはEB, BGに関してより小さくなるためである。というのは、我々は2つの斜面ABとDBがBの部分で蝶番で連結されていると考えれば、上端AとDを近づければ近づけるほど、線EGは小さくなるからである。

第3に、もし2つの斜面が同じ傾きであり、角ABDが60度をなしているとすれば、2つの斜面からの物体Cへの作用の和は、Cの重力と同じ大きさであろう。なぜならば、EBGは、2辺EB, BGのいずれもがEGと同じ長さの正三角形をなすからである。

第4に、もし2斜面AB, BDのなす角ABDが90度であるならば、2斜面を基にした直角三角形として、2斜面による物体Cへの作用は、重力となるだろう。

ここも(5), (6)と同様に〈§365の法則〉の応用である。前半は物体に加わる3力(重力CL, 面の抗力HCおよびKC)が、3力の各々と直交する線でできた三角形EBGの各辺と対応することにより、力の比を三角形の辺の比で表す。

これによって

$$\text{重力 CL} : \text{面の抗力 HC} : \text{面の抗力 KC} = \text{EG} : \text{BE} : \text{GB}$$

なることを述べる。

後半の第1から第4では、2斜面の長さや斜面のなす角の大小による斜面の抗力と重力の大小関係を説明している。この部分は「窮理通」にはない。しかし、「窮理通」での『乙丙・丁丙は斜面の傾きが各々異なっていて、これらによって三面形をなす』と言っているところは、文章の繋がりの上からは独立した文とも考えられるので、「NATUURKUNDE」の後半のこの4つの場合を想定しているのではなかろうか。

(8) てこと壁面にはさまれた物体

「窮理通」(卷之四 全集 p179~180)

いま、木梃起器⁽¹²⁾ 乙丁戊がある。その一端乙に丙球を取り付け、壬点に固着されている。丁点では

支点で支える。他の端戊に庚の錘をつないで、乙丁戊の釣合を保つ。また丙球の中心から丙辛線を引いて水平線に直交させる。別に辛丁線を引いて、辛丙に直交すれば、丙の重さと庚の重さの比は、戊丁と丁辛の比となる。

甲癸は木板をかんなで削って滑らかにしたものとするれば、丙球は乙点で板にあたる。ただし、固着されていない。この場合は丙の重さは庚の重さに比べてやや大きい。なぜならば、ここでは3力が働いている。平面の甲癸は丙壬線によって丙球を圧迫している。丁乙斜面は乙丙線によって丙球を支えている。丙の重力を第3力とする。辛丙線が下向きに働いて三角形をなしている。乙丁をてこの棹とする。甲癸をよりどころとして力が働く。丙球が固着されていれば、その力はますます大きく、動くように設置すればその力はますます小さい。辛丁を丙球の重力の大小に対比すれば、辛丁が短ければ短いほど丙球は重くなる。以上が3力の合成である。また4, 5力の合成があるがこれは下にあげるようになる。

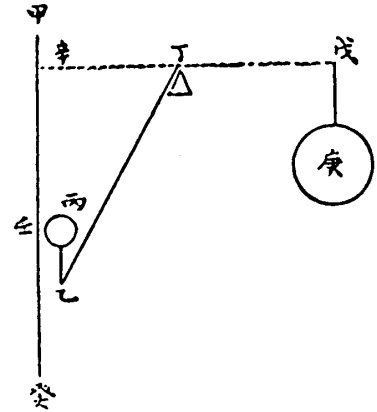


図25 全集 p179下段

曲った“てこ”による力の釣り合いの、2つの場合を取り扱っている。第1は、てこの一端に球を固着した場合で、壁甲癸が無いと考えて⁽¹³⁾ 曲ったてこ乙丁戊にかかる力の釣り合いを考える。ここで、『一端乙に丙球を取り付け、壬点に固着されている』とするがこれでは現象そのものが成り立たないので『一端乙に丙球を取り付け、乙点に固着させている』と訂正しなければならない。そうすれば乙(丙)から辛丁に直交する線を引くと、てこの両端の重さと支点からの垂線の長さの関係から、本文で言うように

$$\text{丙の重さ} : \text{庚の重さ} = \text{戊丁} : \text{丁辛}$$

となる。

第2は、球をてこの一端と滑らかな壁の間に固着しないで挟んだ場合である。本文では『ここでは3力が働いている。平面の甲癸は丙壬線によって丙球を圧迫している。丁乙斜面は乙丙線によって丙球を支えている。丙の重力を第3力とする』とし、傍線部分に対応した乙から線を伸ばして丙を支えるような図が描かれている。この図では、重力、滑らかな鉛直面からの抗力、てこの斜面からの抗力という3力のうち斜面が丙球を支える力乙丙が重力の方向と同じになるので、3力がどのような関係で『三角形をなす』のか理解できないことになる。さらに『丙球が固着されていれば、その力はますます大きく、動くように設置すればその力はますます小さい』は傍線の部分、つまり固着の場合と自由な場合の力の大小関係が力学上からも、また「NATUURKUNDE」の説明とも反対の誤った記述になっている。

「NATUURKUNDE」(p191)

Dに支点があり、Bには物体Cがしっかり付けられていて、腕の別の側のNには物体Pが掛けられているような、曲がった“てこ”BDNがあるとす。これら2つの物体の重量がどのように釣合うかに関しては§289⁽¹⁴⁾で示している。Cでの重力については物体の中心から水平線に対し垂直線CRを引けばよい。それはDRに垂直に引くことになる。するとP対CはDR対NDとなる。

ここで、AMを滑らかで平な板とし、物体Cは拘束されていない状態で点Bを押しているとする。今Cがさらに強い力で作用するならば、それと釣り合うためには、Pはさらにより大きな力が必要となるだろう。なぜならば、今てこの一端には3つの力が存在して、平面AMはHC方向にCを押し、斜面DBはBC方向に物体を押し、そして3番目の力は重量Cで、これはRCの方向に働く。それ故、各辺を力の方向に垂直に立ててRBDのように三角形を作るとすれば、RDは重量Cの重力を示し、BDはさおBDに対する作用力を示すだろう。従って、P対Cの比はBD対DNとなる。同一の場所に物体があっても、(物体の支えられ方が)自由であるか固着してるかによって、(自由な場合は)大きな力が、(固着した場合は)小さな力が作用するという事は、経験が理論を確証したものであるとはいっても、実に驚くべきことである。我々は実験によってこれを明確に証明している。(カッコは筆者の加筆)

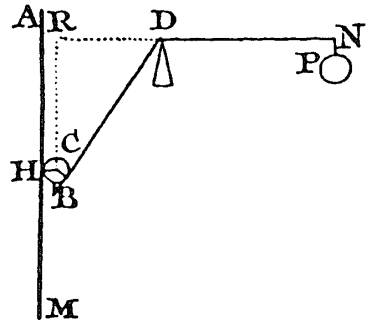


図26 [TAB VI, Fig 15]

内容は2つに分れている。内容の検討を図27—1・2を参考にして行う。

(1) 球体がてこに固着されている場合

この場合は 図26で、壁面 AM を除いて考えなくてはならない。

図27—1のように球体Cの重力をWとし各長さを図のようにとれば、P₁とWの重さについては § 289 (てこでの両端の重さと支点からの距離の関係) を参考にすると

$$P_1 : W = b : a$$

従って、P₁の力は

$$P_1 = \frac{b}{a} W \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

となり、球が固着されている場合のP₁の力が求まる。

(2) 球体がてこ壁の間であって自由(固着されていない)な場合

図27—2のように球体Cに加わる壁面Hからの抗力をK、てこBからの抗力をF、球体Cの重力をWとすれば < § 365の法則 > により、3力W、F、Kは△BRDの各辺に対応する。WとFの関係は

$$W : F = b : c$$

これより

$$F = \frac{c}{b} W$$

一方P₂とFとの関係は § 289より

$$P_2 : F = c : a$$

$$P_2 = \frac{c}{a} F = \frac{1}{a} \frac{c^2}{b} W \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

となって、球が自由な場合の P_2 の力が求まる。

ここで①②を比べると、 $\triangle BDR$ から明らかに $c > b$ なので

$$P_2 > P_1$$

となり、本文で言うように C が自由 (B に固着しない) な場合の方が、固着した場合に比べて、てこの他端 N に加える P の力は大きくなる。

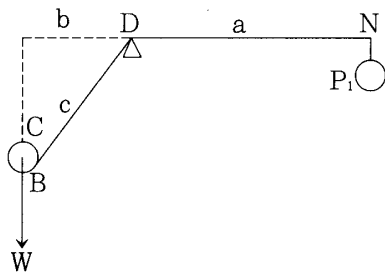


図27-1 CをBに固着

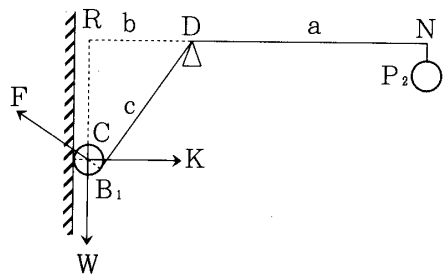


図27-2 Cは自由

ここで、「窮理通」の第2の説明部分で指摘したように、なぜ不可解な記述と図になっているかを考察する。

まず、3力の働きは、『平面の甲癸は丙壬線によって丙球を圧迫している。丁乙斜面は乙丙線によって丙球を支えている（丁乙斜面由乙丙線支丙球）。丙の重力を第3力とする』である。問題の箇所は傍線の所で、図25（拡大図 図28-1）は、丙球はてこ丁乙に接しない、あたかも乙から棒で支えられているように描かれている。一方「NATUURKUNDE」は『斜面 DB は BC 方向に物体を押し』とあり、図26（拡大図 図28-2）では BD と BC は直角に交わっている。ここで注目すべきは「窮理通」での『支え』、「NATUURKUNDE」での『押し』である。『押す』も『支える』も結果としては物体には同じ効果をもたらすが、ここでは球体は自由（固着していない）であるから、それを重力と壁からの抗力とに抗して押さなくてはならないのであり、物体をいわゆる支えるのではない。物理的意味においては『押す』と『支える』とは異なる。また言葉のニュアンスとしては、『押す』では物体と斜面との密着が、『支え』では「棒で支える」というような物体と斜面との間の間接的な介在物が想起される。つまり「NATUURKUNDE」の drukken（押す・圧迫する）を「窮理通」は『支える』（オランダ語では stutten）としたこ

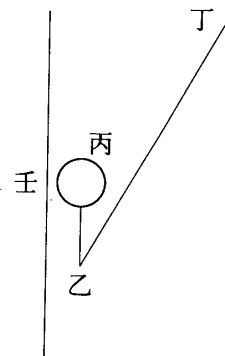


図28-1
図25の左拡大図

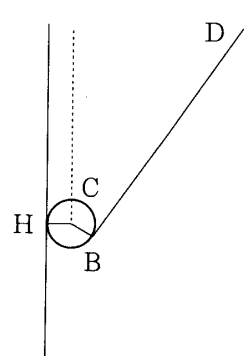


図28-2
図26の左拡大図

とによって、力と三角形の関係が不明確な記述となり、球体が斜面と離れかつ棒のようなもので支えた奇妙な図(図28—1)が生まれたのではなかろうか⁽¹⁵⁾。しかし drukken を『支え』としたとしても、〈§365の法則〉が正しく理解されていれば、重力と同じ方向の丙球を支える乙丙線は考えられないのであるから、結局「窮理通」の誤りは〈§365の法則〉が理解されていなかったことに帰着する。

次に、『丙球が固着されていれば、その力はますます大きく、動くように設置すればその力はますます小さい』である。これは先に述べたように「NATUURKUNDE」の結論の反対のことを言っている。「NATUURKUNDE」では『同一の場所に物体があっても、(物体の支えられ方が)自由であるか固着してるかによって、(自由な場合は)大きな力、(固着した場合は)小さな力が作用する』⁽¹⁾となっている。カッコ内は筆者の補足訳であるが、カッコ部分がなくても文節を厳密に考えれば自由と固着のどちらの場合が力が大きいか、小さいかは判別できる。しかし、力学の理解度や語学力が不十分ならば、カッコのような補足がなければ力の大小を取り違えることもありうる。しかも重要なことは、「NATUURKUNDE」での主張は、自由の場合は力が大きく、固着の場合は力が小さいことこそが、『経験が理論を確証した (de ondervinding bevestigt de redeneering)』ものであり、これが『実に驚くべきことである』と注意を促しているものであり、力の大小を取り違えることは最も重大なポイントはずれなのである。

以上2つの場合に分けての考察から「窮理通」の誤りは、力学理論の理解の不十分さ、語学力不足による誤訳、さらに実験と理論の統合としての西欧科学に対する認識不足に原因があると言える。

(9) 4力の釣合い

「窮理通」(卷之四 全集 p180)

いま、甲・乙・丙・丁の4線がある。これらは皆戊点を引いている。まず定法によって、甲戊線上に己点を取り、己庚線を作って乙戊と平行にする。次に庚戊線を引けば、(庚戊線は)乙庚己戊の四角形の斜線をなす。また、戊辛線を作って庚戊線に等しくする。そして、丙辛線を戊丁と平行に引く。辛丁は丙戊と平行である。こうして、牽引力戊己・戊乙・戊丙・戊丁は皆同じ⁽¹⁷⁾であることが知られる。なぜならば、甲・乙が皆同じ力である己戊・乙戊で戊点を引けば、移動して庚点にくるはずであるが、そうでないのは、丙戊・丁戊の2力がこれを引いて留まらせるためである。この場合4つの力はまさに同じ⁽¹⁸⁾である。

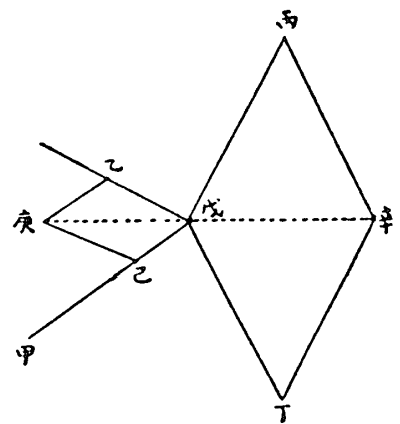


図29 全集 p180上段

4力甲、乙、丙、丁が戊点に働いているとき、『まず定法によって、甲戊線上に己点を取り』というが、定法とはどんな法かはわからない。「NATUURKUNDE」では『O点をCB上に任意 (near welgevallen) に取る』(図30参照)とあるから、任意に取るという意がよく理解されなかったのかもしれない。甲戊線上で己点を決めるとこれを基にして、平行四辺形を描き、その対角線(2力の合力)庚戊を求め、次にこの庚戊の延長上に庚戊と同じ大

きさの戊辛を引く。そして戊辛が平行四辺形の対角線になるように2力丁、丙を決めるというのである。

図29を見ると、合力である庚戌と戊辛は釣り合っているにもかかわらず同じ大きさに描かれていない。この図あるいは前の図（図28—1）の例でもわかるように「窮理通」では、総じて図の扱いが粗く、図が本文の理解を深めるという本来の働きをせずに、かえってそれにより混乱をきたしている場合がある。

「NATUURKUNDE」(p191)

§ 368 我々は3つの牽引力の大きさを定めたのであるがそれと同じように、平衡状態で互いに引いている、4、5、6あるいはさらに多くの力についてもまた定めることができる。

4つの力B, D, E, Fが同時にC点においてBC, DC, EC, FCの方向に引いているとする。CB上に点Oを任意に取る。そしてCDに平行にAOを、その後COに平行にDAを引く。次に四角形ADCOの対角線ACを引き、さらにCからaへACと同じ長さでCaを引く。そしてCFと同じ大きさでaEを、最後にCEと同じ大きさでaFを引けば、平衡状態での各辺の引く力の大きさは、CO, CD, CE, CFとなるだろう。というのは2力DとBはCD, COの大きさの力で引っ張っているので、物体CはCからAへ動く。それゆえ物体を静止させておくためには、物体を同時にAからCへ引っ張るような力が存在せねばならない。それは大きさがCEとCFの2力EとFであり、この働きはCをCからaに引っ張るようにだけ働く。ここでAC=Caである。それ故に、P点では4つの力が同時に引っ張って平衡の状態にあり、D=DC, B=OC, E=EC, F=FCである。

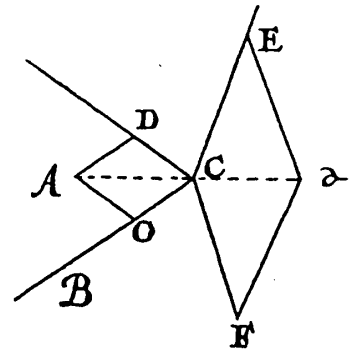


図30 [TAB VI, Fig 10]

4力B, D, E, Fの釣り合いで、BC上に任意の点Oを定め、平行四角形OCDAを描き、2力OC, DCの合力ACを求める。このACの延長線上にACと同じ大きさでCaを取り、Caを対角線とするような平行四角形の辺CE, CFが他の2力となるので、4力の釣り合いが証明されるというもので、「窮理通」の内容はほとんどこのままである。

(10) 5力の釣り合い

「窮理通」(巻之四 全集 p180)

いま、甲・乙・丙・丁・戊の5力がある。同じように己点を引いている。まず、己戊線の上に戊点を取り、戊庚線を己丁に平行に引けば、丁庚と己戊とは平行となる。また、対角線己庚を引けば、これは戊庚・己丁の2力の合力である。また、己甲線において甲点を取り、己辛線を引く。これは己甲・丙辛の2力の合力である。また、乙己線をのばして壬点を取る。辛壬線を己庚と平行に引く。このとき、壬庚と辛己は平行である。こうして乙の力と己壬は等しいことが知られる。なぜならば、己庚と己辛の2力は合成して己壬をなす。そうすれば己点は引かれて壬に移動するはずである。

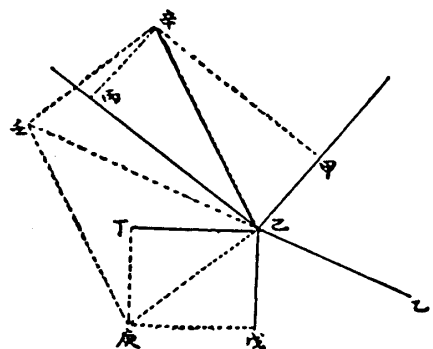


図31 全集 p180下段

しかしそうならないのは乙の力のためである。

5力甲・乙・丙・丁・戊の釣り合いを、前の4力の場合と同様に2力ずつを合成していく方法で求めている。まず戊と丁の合力庚を求め、次に甲と丙の合力辛を求める。さらに乙己線を延長し、先に求めた合力庚、辛の平行四辺形の対角線としての壬を求める。ここで壬と乙が等しくなることから5力の釣り合いが証明されるとする。

本文中の傍点の箇所は誤りであり、戊庚→己戊、丙辛→己丙としなければ、平行四辺形による力の合成は成り立たない。

「NATUURKUNDE」(p191)

§ 369 5つの力 B, D, E, F, G があり A 点で AB, AD, AE, AF, AG の方向に引っ張り互いに平衡状態を保っているとする。始めに必要なに応じて AG 上に G 点を取り、AF に平行に Gh を引き、また AG に平行に Fh を引く。もし2つの力 F と G が AF, AG 線の長さならば、四辺形 AFhG の対角線は Ah で、A 点は Ah を走り下らされるだろう。同様に、AD 上に点 D を任意にとり、AE に平行に DC を引き、AD に平行に直線 EC を点 E から引く。力 D=AD, 力 E=AE のように引っ張られるならば、対角線 AC が点 A から描かれる。今、BA を求めるために、C から Ah に平行に Cb を、AC に平行に bh を引くと、力 B は Ab とちょうど同じであることが必要となる。なぜなら、4力 G, F, D, E は AC と Ah 方向に働き、A 点を b の方に引き寄せる。だから同じ大きさで向きが反対の力が必要となり、bA と同じ大きさの力 B は、A を静止状態に保ち、そしてすべての力は平衡状態を保つ。

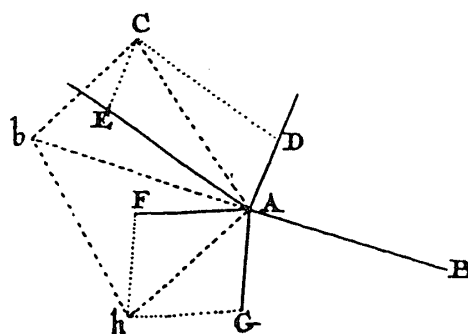


図32 [TAB VI, Fig 11]

2力を平行四辺形の2辺として対角線から合力を求める方法を5力の釣り合いに応用している。まず2力GとFの合力hを求め、次に2力DとEの合力Cを求める。さらに合力hと合力Cを合成して合力bを求める。この合力b (bA) は4力G, F, D, Eの合力である。bAの延長上に同じ大きさのABを取れば、bAとABは平衡状態となり、結局5力は平衡状態を保つと言う。「窮理通」の記述もほぼこの内容に沿っている。

3. 考察

合成運動について「窮理通」の記述と「NATUURKUNDE」の記述を比較、検討することによって、西欧科学の受容に際してのいくつかの問題があげられる。

第1は、用語、物理量の定義、論理の構築方法である。「NATUURKUNDE」の第1章「哲学と推理の原理について」は、『我々は数学者の慣例に従って、慣例上のいくつかの技術的専門用語を前もって定義しよう。そのことは、我々誰もが疑わしい被告人とならないためであり、言葉を介してどう判断するかということにおいて、学問上での若干の誤謬でまごついたりすることがなく、それぞれの事象を明確に理解しするためである』⁽¹⁹⁾ のように用

語に対する厳密な姿勢から書き始められている。そして前述のように各項でもくどいくらいに用語や定義に注意がはられ、その上に立って法則が導かれ、法則が適用されている。ところが「窮理通」では(1), (3), (6) その他でも指摘したように用語に対する姿勢はきわめてあいまいであって、また説明も(5)のように感覚的・観念的である。そのために輪郭のぼやけた、主旨不明確な記述となっている。

第2は、図の扱いである。西欧科学は、ギリシア以来の幾何学の伝統から、図形は重要な思考の補助手段であり、場合によっては図形そのものが学問の目的でもあって、図形に対する扱いは厳密である。そうした学問的伝統がなく、さらに儒学にみる文字を通して思弁的に論理を展開するという学問方法に拠った著者によって書かれたこともあってか、「窮理通」での図は(8) その他で指摘したとおり、図の中の記号や線が単に引き写的に描かれたものが多く、扱いが粗雑であって、図を介して理解を深めるということとは反対である。

第3は、計算力があげられる。「窮理通」では、(2), (4) の例でわかるように、三角法の計算が理解されなかったことは確実である。このために(2), (6) のように和算で処理を試みているところもあるが、しかしこの計算の試みはかえって混乱をまねき、内容の理解をますます困難にしている。

第4は、語学力の問題がある。数学的処理が必要な箇所を除いては(9), (10) でわかるように、おおむね原本の意と一致した訳がなされている。ただ(8) では語学力及び力学的理解度の不足が重なって、訳そのものが正反対の結果となっている。

4. 結 語

西欧科学の受容は、対象とする書籍の原文が言葉としてある程度理解できれば、可能であるとは必ずしも言えない。西欧科学にはその科学が発展してきた伝統があり、それは演繹的あるいは帰納的というような論理の構築方法であり、実証的・実験的方法であり、細かくは文章のならば方、図、記号に至るまで、伝統を経た精華である。従ってこうした点への留意が不十分であれば書かれた内容の真の理解には到達できず、受容は皮相的なものになってしまう。いわゆる朱子学でいう「格物致知」を駆って西欧科学を受容し自然科学研究を進めるごときは、その科学研究は皮相的なものでしかありえなかったことは近世日本の科学技術の歴史の示すところである。こうした例の一端が「窮理通」には見られる。

しかし、ここで帆足万里の弁護をすれば、合成運動への理解は確かに皮相的であると指摘されるとしても、万里の目的は、西欧の科学を受容しそれに基づきその上にひとつの哲学を樹立することにあつたわけで⁽²⁰⁾、科学そのものの受容が主たる目的ではなかったこと。また万里自身「窮理通」の内容に満足せず、未完であるとして訂正を考え続けていたこと⁽²¹⁾。こうした点からすれば、ここで指摘した問題のすべてを万里の責任に帰され得ないことは当然である。

文献と注

- (1) 「窮理通」の一応の完成は1836年
- (2) 「帆足万里全集 上巻」(帆足万里記念図書館発行)
- (3) 「日本科学古典全書 第一巻」(朝日新聞社発行)
- (4) 「BEGINSELS DER NATUURKUNDE」(著者 PETRUS VAN MUSSCHENBROEK 発行所 SAMUEL LUCHTMANS 1739)
- (5) 1 duim=1 inch=2.54cm
- (6) (3) p106
- (7) § 152 の訳

§ 152 2個の押す力が、同時に摩擦のある障害物を押し進めるとする。それぞれは違った速度を持つとすれば、それらの作用は速度に比例する。もしPがpよりも2倍の速度で障害物を押すとすれば、同一時間ではPはpより2倍の距離だけ障害物を押し動かす。物体を同一の距離だけ運ぶためには同一の作用が必要となる。それ故に、2つの作用は2つの経路であらねばならない。だから、同一時間で、Pはpよりも障害物を2倍の距離動かすならば、pよりも2倍の作用が必要となる。もし、障害物がPにより速度を得てそれをCとすれば、pに対してはcとなり、 $P:p=C:c$ となるだろう。

(抵抗の働く条件の下では、物体の速度は物体にかかる力に比例するという主旨)

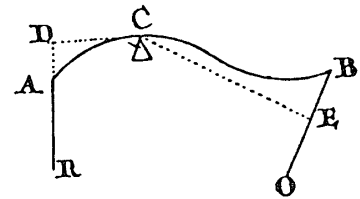
- (8) 科学技術史事典 弘文堂 p29

速度V, 力F, 抵抗R, 比例定数Kとすれば、地上界の運動は

$$V=K \frac{F}{R} \text{ で表すことができる。}$$

- (9) 2力の合成が平行四辺形の対角線によって表されるという内容をさす。
- (10) 中経 3辺の各々は三角形の斜辺, あるいは平行四辺形の対角線であること。
- (11) Fはfの誤り。だが理論上はFでもよい。
- (12) 木槌起器 てこのこと。
- (13) 文章からは図26で、甲癸線の部分を除いて考えるべきである。
- (14) § 289 の訳

§ 289 ACBのように湾曲に曲った“てこ”があり、その両端AとBにARとOB方向に力RとOが作用しているとする。Cから、力の働く方向に垂線CD, CE, 引けば、釣り合いの状態において、力Oと力Rの大きさの比はCD対CEとならねばならない。これは以前に証明した方法から類推される。



[TAB VI, Fig 2]

- (15) 帆足万里の弟子であった賀来飛霞の、吉岡泰眠宛の文書によれば、万里は藤林普山著の「訳鍵」を用いたとされる。「訳鍵」によれば
Drukken 印行ス。摩傷。可歎。愁。押。挾
とある。

- (16) 原文は次の通り

Het is waarlyk wonder, dat het zelve lighaam op dezelve plaatse liggende, nu meer, nu minder werkt, naar dat het los of vast is.

- (17) 「皆同」というのは4力が釣合っていること。あるいは戊己と戊乙の合力の大きさと戊丙と戊丁の合力の大きさが等しいということ。
- (18) 「同じ」というのは釣合っているということの意味する。
- (19) (4) p1
- (20) (3) p119
- (21) 日本の思想家33 帆足万里・脇愚山 帆足図南次 明德出版社