

アルファ崩壊における 陽子・中性子相互作用の役割

金子和也¹・長谷川宗武²

Abstract

アルファ崩壊における陽子・中性子相互作用の影響を調べた。アルファ粒子崩壊の Q 値の分析から、陽子・中性子相互作用はアルファ粒子のクーロン障壁透過率を増加させることが明らかになる。特に、アイソスカラー型陽子・中性子相互作用が、アルファ崩壊幅に対して本質的な役割を演ずることが示される。さらに、原子核変形は、アルファ形成振幅を増加させる効果を持ち、その崩壊を高めることが示唆される。

アルファ崩壊は古くから原子核物理における典型的な崩壊現象として知られている⁽¹⁾。崩壊は、次の2つのプロセスから成り立っていると考えられる。まず親核からアルファ粒子が形成され、次にそのアルファ粒子が原子核のクーロン障壁を透過し放出される。これまでに、最初のプロセス、つまりアルファ粒子形成の振幅を見積もるための様々な微視的試みが行われてきた⁽²⁻⁵⁾。このような試みの中で、 $J=0$ 陽子・陽子および中性子・中性子対相関が核表面におけるアルファ粒子形成をうながすことが明らかになってきた⁽⁶⁻⁸⁾。このことは、いわゆる超伝導BCS理論がアルファ崩壊を記述する上で極めて有力な方法であることを示していた。更に、アイソスピン $T=0$ および $T=1$ の陽子・中性子相互作用は、原子核のアルファ崩壊過程において、非常に重要であることがこれまでに示唆されてきた^(9,10)。そこで、アルファ形成振幅への陽子・中性子相互作用の効果が、陽子・中性子相関を含む一般化されたBCS理論により調べられたが、陽子・中性子相互作用による形成振幅の増加は予想に反して小さいことが明らかになった⁽¹¹⁾。このことに加え、原子核スペクトルの連続状態が、アルファ粒子形成に大きな役割を果たしていることが指摘された⁽¹²⁾。他方、アルファクラスターの入った殻模型にもとづく試みが行われ、 ^{212}Po のアルファ崩壊幅の実験値との良い一致が得られた。更に興味があるのは、アルファ崩壊幅への原子核変形の影響である。核変形の寄与は大きく、 ^{244}Pu といった変形核のアルファ崩壊幅を大きく改良することがわか

1 九州産業大学国際文化学部

2 福岡歯科大学物理教室

ってきた⁽¹²⁾。

陽子・中性子相互作用の束縛エネルギーへの寄与は、束縛エネルギーの2重差の分析から見積もることができる^(14,15)。最近、我々は4つの相互作用による拡張された $P+QQ$ 模型を提案した。この模型の特徴は、従来の $P+QQ$ 模型と違いエネルギーレベル、 $B(E2)$ ばかりでなく束縛エネルギーをも再現することである⁽¹⁷⁾。さらに、重要なことは、アイソスピン不変性を要請することによる、陽子・中性子相互作用の導入である。 $N=Z$ 原子核ではバレンス陽子およびバレンス中性子が同じ単一粒子軌道を占め、その波動関数の重なりが大きくなるため、陽子・中性子相互作用が特に強くなると期待される⁽¹⁸⁾。事実、 $N=Z$ 核における束縛エネルギーの不連続性の分析⁽¹⁶⁾から陽子・中性子相互作用が $N \approx Z$ 核で非常に強くなることがわかっている。その研究の中で、アイソスカラー型モノポール相互作用は、束縛エネルギーのこの特異な振る舞いに極めて重要な役割を果たしていることが明らかになってきた⁽¹⁹⁾。この相互作用は、 $N=Z$ 近傍核ばかりでなく中性子数の多い安定中重核でも、束縛エネルギーの主要な部分を担っている。そこで、陽子・中性子相互作用は、重い原子核のアルファ崩壊におけるクーロン障壁の透過においても重要な役割を演じていると期待される。アルファクラスター形成の実験的証拠は、閉核 $Z=50$, $Z=82$, $Z=126$ 近傍におけるアルファ Q 値⁽²⁰⁾の系統性から見ることもできる⁽²¹⁾。後で示すように、 Q 値は、Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) 近似に基づく透過率の計算における本質的な物理量である。基底状態間の Q 値に対し実験値を採用すると、たとえアルファ粒子が原子核表面で1個形成されたと仮定してもガモフによるWKBの計算値が定性的にはかなり良く実験を再現することは、古くからよく知られていた⁽¹⁾。アイソスカラー型陽子・中性子モノポール相互作用は、束縛エネルギーの主要な成分を担っているため、 Q 値の陽子・中性子成分は、アルファ粒子のクーロン障壁透過に非常に敏感であると考えられる。では、いったいどれだけの陽子・中性子相関エネルギーが Q 値に含まれているのだろうか？また、クーロン障壁からの透過率に陽子・中性子相互作用はどのような役割を果たしているのだろうか？本論文では、アルファ崩壊幅への陽子・中性子相互作用の効果を調べ、その分析を行う。

アルファ崩壊幅は、よく知られているように、次の公式によって与えられる⁽²²⁾。

$$\Gamma = 2P_L \frac{\hbar^2}{2M_\alpha r_c} g_L^2(r_c) \quad (1)$$

ここで、 L と M_α は、それぞれ軌道角運動量とアルファ粒子の換算質量、さらに P_L は透過率項、そして $g_L(r_c)$ はアルファ粒子の形成振幅である。崩壊幅はチャンネル半径 r_c に依存するが、この半径を決めるにはさまざまな方法が考えられる。もし、チャンネル

半径 r_c が娘核とアルファ粒子が接触するぐらいの半径よりも大きければ、崩壊幅は r_c に依存しないと考えられる。アルファ崩壊過程は、原子核運動 (10^{-21} sec) と比べて非常にゆるやかである (半減期: $10^{-6} - 10^{17}$ sec)。従って、崩壊は、アルファが形成された充分後に起こる。このように、式(1)の幅は、2つの項、透過係数 P_L とアルファ形成振幅、の積によって表されると考えられる。

透過係数 P_L は、“量子力学”の量子トンネルの典型的な現象として記述されることは良く知られている。親核から放出されるアルファ粒子の軌道角運動量を $L=0$ と仮定すると、透過係数 $P_{L=0}$ はWKB近似により次のように記述される。

$$P_{L=0} = \exp \left[-\frac{R\sqrt{4M_a Z e^2 / R}}{\hbar} \left\{ \pi \sqrt{\frac{2Ze^2}{QR} - 4} \right\} \right] \quad (2)$$

ここで、 Q は親核と娘核の基底状態間のアルファ崩壊の Q 値であり、核半径は $R = 1.54 A^{1/3}$ (A は娘核の質量数) と取った。この透過係数は、軌道角運動量が $L \neq 0$ のものよりも極めて大きく、さらにこの係数は娘核の変形パラメーターにはあまり依らないことがわかっている。

一方、アルファ形成振幅 $g(r_c) (= g_{L=0}(r_c))^{(11,12)}$ は、親核の状態 $|\Psi_B\rangle$ と $B \rightarrow A + \alpha$ 崩壊に対する崩壊状態 Φ_A と $|\Phi_\alpha\rangle$ の間のoverlapによって次のように与えられる。

$$g(r) = r \int d\hat{\mathbf{r}} Y_L^*(\hat{\mathbf{r}}) \langle A_{A\alpha}(\Phi_A \Phi_\alpha) | \Psi_B \rangle \quad (3)$$

形成振幅を求める標準的な微視的模型は、殻模型であるが、アルファ崩壊への連続状態の効果は非常に大きいことが知られている⁽¹²⁾ので、アルファ形成振幅の実験値を得るためには、非常に大きなshell model basisが必要となる。このことは、崩壊幅の実験値を説明するハイブリッド模型 (アルファクラスターモデル項を含む殻模型) を支持するものと思われる。なぜなら、空間的に局所化されたアルファ粒子の波動関数は、連続状態までの大きなshell model basisにまで広がっているためである。

式(1)に式(2)を代入すると、崩壊定数 $\lambda = \Gamma/\hbar^{(23)}$ の常用対数は、次のように書かれる。

$$\log_{10} \lambda = \log_{10} \left(\frac{\Gamma}{\hbar} \right) = C - 1.703 Z Q^{-1/2} \quad (4)$$

ここで、 C は次の式で与えられる。

$$C = \log_{10} \left(\frac{\hbar}{M_a r_c} \right) + 1.549 \sqrt{Z A^{1/3}} + \log_{10}(g^2(r_c)) \quad (5)$$

ここで、式(4)から見るように、 $\log_{10} \lambda$ は Q 値に敏感に依存することに気が付く。歴史的には、GeigerとNuttall⁽²⁴⁾が、最初に崩壊定数とアルファエネルギーの間の経験的關係式を見出した。さらに、アルファ粒子の量子トンネル効果を使って、Gamov⁽¹⁾、およびCondonとGurney⁽²⁵⁾は、理論的な關係式を導き出した。これにより、理論から導き

出された定数 C は、実験公式のものと極めて良く一致し、量子トンネル効果の妥当性が確かめられた。

今、アルファ形成振幅を $g^2(r_c)=1.0$ と仮定し、式(5)の C を正確に取り扱うことにしよう。この仮定は、1つのアルファ粒子が娘核によるポテンシャル中を運動することを意味する。チャンネル半径 r_c は、娘核とアルファ粒子の接触半径より大きいとして、 $r_c=1.2A^{1/3}+3.0\text{fm}$ のように取った。図1に示すように、このような条件のもとで、式(4)における $\log_{10}\lambda_{cal}(g^2(r_c)=1)$ の計算値は、 $Z=84-100$ 、 $N=110-154$ の原子核の実験値 $\log_{10}\lambda_{exp}$ とかなり良く一致する。(ただし、実験データは、Ref.⁽²⁶⁾からのものを使った。)特に、その一致は、 $ZQ^{-1/2}$ の大きなものに対して良いことがわかる。このように、アルファ崩壊は、量子トンネル効果によって定性的にはかなりよく記述できるが、そこにはまだ実験値と計算値の間に違いがある。これらの違いは、アルファ形成振幅によるものと考えられる。上の計算では $g^2(r_c)=1.0$ と仮定したけれども、実際には現実の形成振幅は必ずしも1.0ではなく、ポテンシャルの中である確率で形成される。事実、次の式によって与えられる比率からアルファ形成の実験値を見積もってみることにする。

$$g^2_{exp}(r_c) = \frac{\lambda_{exp}}{\lambda_{cal}(g^2(r_c)=1)} \quad (6)$$

図2(a)と(b)は、それぞれ N と Z の関数としてアルファ形成振幅の実験値 g^2_{exp} を示

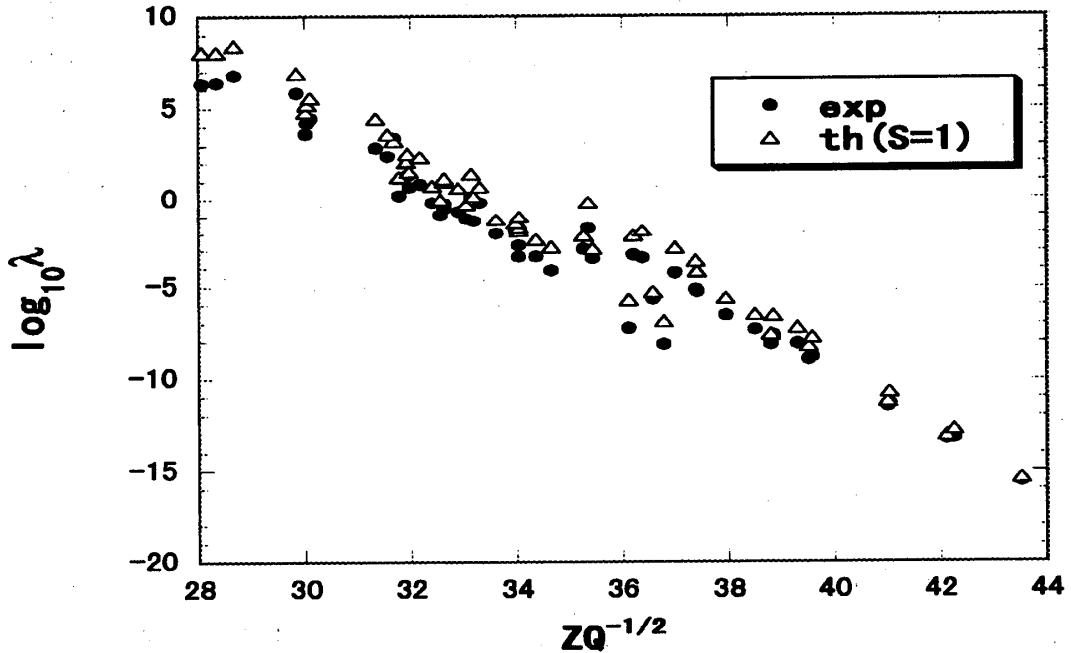


図1 $\log_{10}\lambda_{exp}$ の計算値と実験値の比較。ただし、黒丸は実験値、三角形はアルファ形成振幅を1とした場合の計算値であり、 $Z=84-100$ 、 $N=110-154$ の範囲の原子核を採用した。

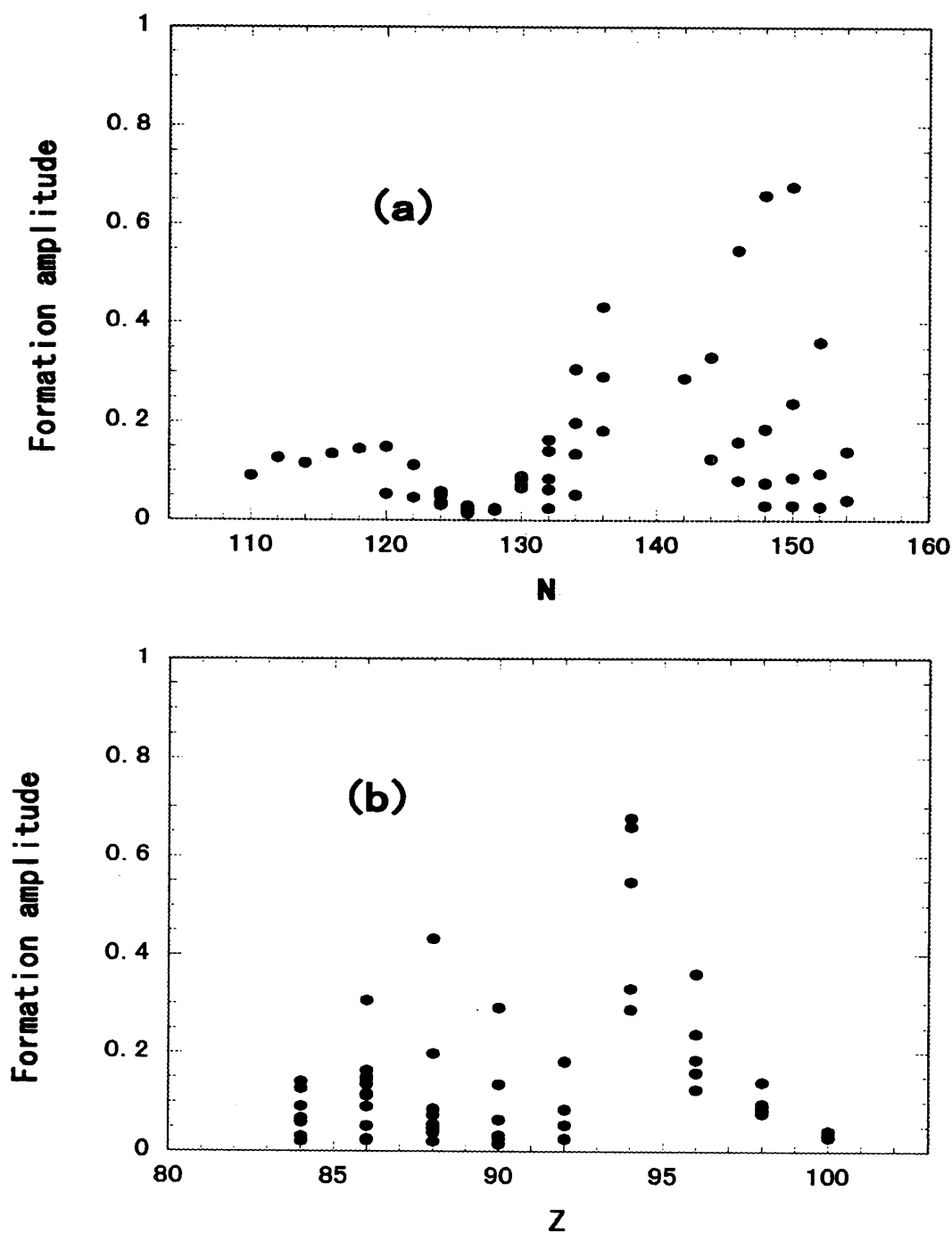


図2 形成振幅 g^2 。(a)は中性子数, (b)は陽子数の関数としてプロットした。

す。 g_{exp}^2 は, N あるいは Z が魔法数(閉殻)近傍で小さな値を示し, 殻の中間付近で大きくなることがわかる。その典型的な例は, 球形核として知られている ^{212}Po の $g_{exp}^2 = 0.020$ である。この値は, Varga達によるハイブリッド (shell + α -cluster) 模型およびDelion達によるBCS法から得られた値に非常に近い。他方, 殻の中間に位置する原子核の多くは回転的なスペクトルを示し, 変形していると考えられるため, g_{exp}^2 の増加

は変形に関係していると予想される。事実、図3に示すように、 g_{cal}^2 は、球形BCS法では実験の大きな値を説明できないが、変形を考慮することによってかなり改良される。(ただし、Delion達によって得られた幅を使って比 $g_{BCS}^2 = \lambda_{BCS} / \lambda_{cal} (g^2(r_c) = 1)$ から形成振幅を計算した。)このように、変形のアルファ形成振幅への効果は極めて大きいことがわかる。

前に述べたように、透過係数はQ値に非常に敏感である。そこで、次の式で表されるアルファQ値について議論しよう。

$$Q(Z, N) = M(Z, N) - M(Z-2, N-2) - M_\alpha \quad (7)$$

(ここで、 $M(Z, N)$ と $M(Z-2, N-2)$ は、それぞれ親核と娘核の質量であり、 M_α はアルファ粒子の質量である。)束縛エネルギー $B(Z, N)$ は、次の関係式によって与えられる。

$$M(Z, N) = NM_n + ZM_p - B(Z, N) \quad (8)$$

ここで、 M_n と M_p は、それぞれ中性子および陽子の質量である。式(7)に式(8)を代入すると、Q値は次のように書ける。

$$Q(Z, N) = T(Z, N) - B(Z, N) \quad (9)$$

ここで、 B_α はヘリウムの束縛エネルギー、 $T(Z, N)$ は次の式で定義されるアルファ分離エネルギーである。

$$T(Z, N) = B(Z-2, N-2) - B(Z, N) \quad (10)$$

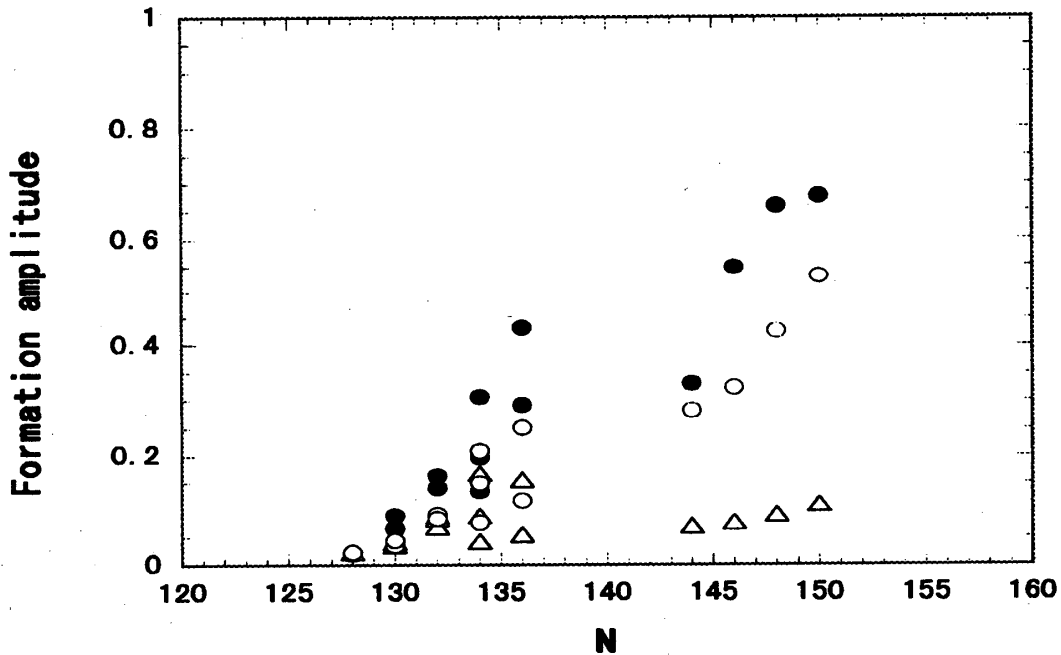


図3 アルファ粒子形成振幅の計算値と実験値(黒丸)の比較。ただし、三角形は原子核変形を考慮しない場合、白丸は原子核変形を考慮した場合の計算値である。

Q 値は、親核がアルファ粒子放出に対して不安定なとき正の値を示し、反対に Q 値が負であれば安定となる。よく知られているように、質量データの分析から Q 値は質量 ~ 150 より大きなベータ安定核に対して正の値を示すが、観測可能な自然放射性崩壊は質量が208以上で起こる。 Q 値の実験値は、中性子数 N が50以上の原子核に対して正の値を示し、 $N=128$ 近傍で最も大きくなり10MeVぐらいに達する(図4)。クーロンポテンシャル障壁の高さは、次のように表される。

$$V_{Coulomb} = \frac{2Ze^2}{RA^{1/3} + r_\alpha} \quad (11)$$

ここで、 r_α はアルファ粒子の半径である。例えば、 ^{212}Po では $V_{Coulomb} = 25\text{MeV}$ となり、アルファ粒子は、クーロン力により古典的には放出されないことがわかる。このように、アルファ崩壊は量子力学特有の現象であり、前述の量子トンネルによって記述することができる。

最近、我々は、アイソスカラー型モノポール相互作用の入った拡張されたP+QQ模型を提唱し、質量数が $A=40-165$ の原子核における陽子・中性子相互作用の系統的な振る舞いを調べた^(16,19)。次に与えられる束縛エネルギーの2重差は、陽子・中性子相互作用の測定として使われる。

$$\delta V^{(m)}(Z, N) = \delta^{(m)} B(Z, N) \quad (12)$$

ここで、演算子 $\delta^{(m)}$ は、次のように定義される。

$$\delta^{(m)} f(Z, N) = -\frac{1}{m^2} [f(Z, N) - f(Z, N-m) - f(Z-m, N) + f(Z-m, N-m)] \quad (13)$$

質量 $A=16-260$ を持つ原子核について、中性子数の関数として $\delta V^{(2)}(Z, N)$ の

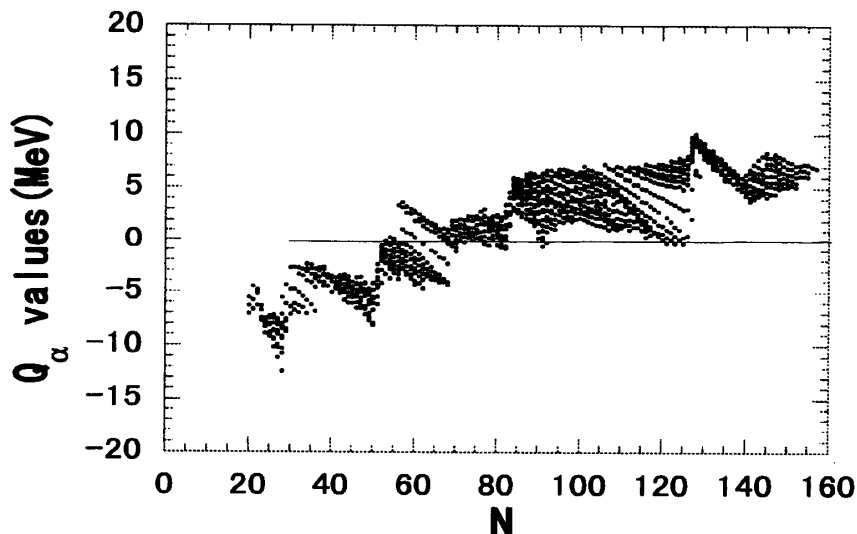


図4 Q_α 値の実験値。

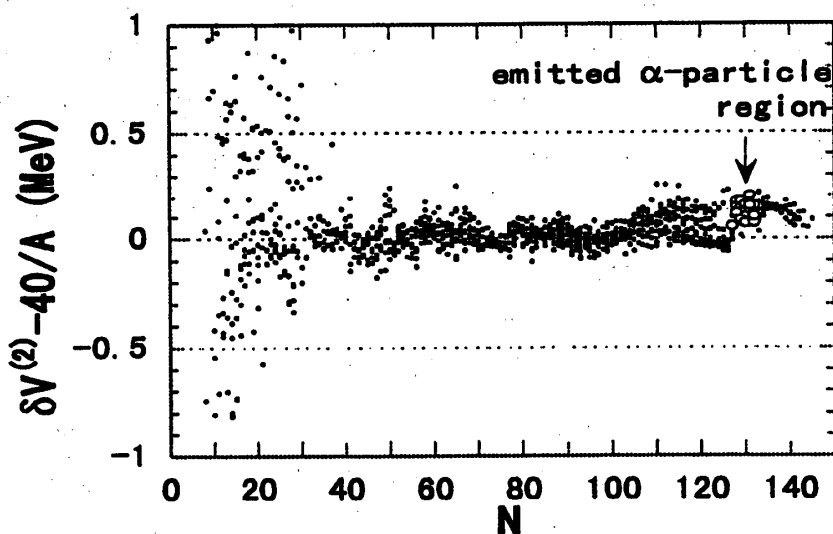


図5 束縛エネルギーの2重差 δV^2 を曲線 $40/A$ から測ったプロット。白丸は、アルファ粒子が特に強く放出される親核を示す。

$40/A$ からの差, $\delta V^{(2)}(Z, N) - 40/A$, を図5に示す。 $N=Z$ 近傍の原子核の $\delta V^{(2)}$ は, $N < 30$ で大きくなり, 陽子・中性子相互作用が極めて強くなることは明らかである。これを無視すれば, $\delta V^{(2)} - 40/A$ は小さく滑らかに変化することがわかる。この振る舞いは, 重い質量の安定原子核においても成り立っており, 曲線 $40/A$ からのズレは小さく, 殻効果は $\delta V^{(2)}$ に効かない。Ref.⁽¹⁶⁾で, 我々は $g_{9/2}$ と $f_{7/2}$ の $N \approx Z$ 部分殻核における $\delta V^{(2)}$ の分析を行った結果, 束縛エネルギーの2重差へのアイソスカラー型陽子・中性子相互作用は, 主要な寄与を与えることが明らかになった。事実, $40/A$ の曲線でほぼ近似できる $\delta V^{(2)}$ は, ほとんどアイソスカラー型モノポール相互作用 $H_{\pi\nu}^{i=0}$ による^(16,19)。(ただし, 対相互作用からは2割くらいの寄与がある)

ところが, 質量数 $A=126-140$ 領域で, 近似曲線 $40/A$ からの顕著なズレを示すことがわかる(図5)。この領域の原子核は, 陽子数にくらべ中性子数が大きいので軽い $N \approx Z$ 原子核における $40/A$ からの大きなズレの原因とは異なっている。 $N=100-120$ と $N=130-140$ 領域のほとんどの原子核は, 回転スペクトルを示し変形核であると考えられるため, この領域における $\delta V^{(2)}$ の $A/40$ からの大きなズレは, 変形に起因すると考えられる。閉殻原子核 ^{208}Pb は, 特に短い半減期を持つため非常に興味深い。PoおよびRnアイソトープの $\delta V^{(2)}$ を, 図5から抜き出し, 図6(a)と(b)にそれぞれ中性子数 N の関数として示す。両アイソトープにおいて, ちょうど魔法数 $N=128$ について $\delta V^{(2)}$ の急激な増加を見ることができる。

今, Q 値の陽子・中性子相互作用による影響を調べてみよう。式(9)の Q 値は, 次のような2陽子および2中性子分離エネルギーによって表される。

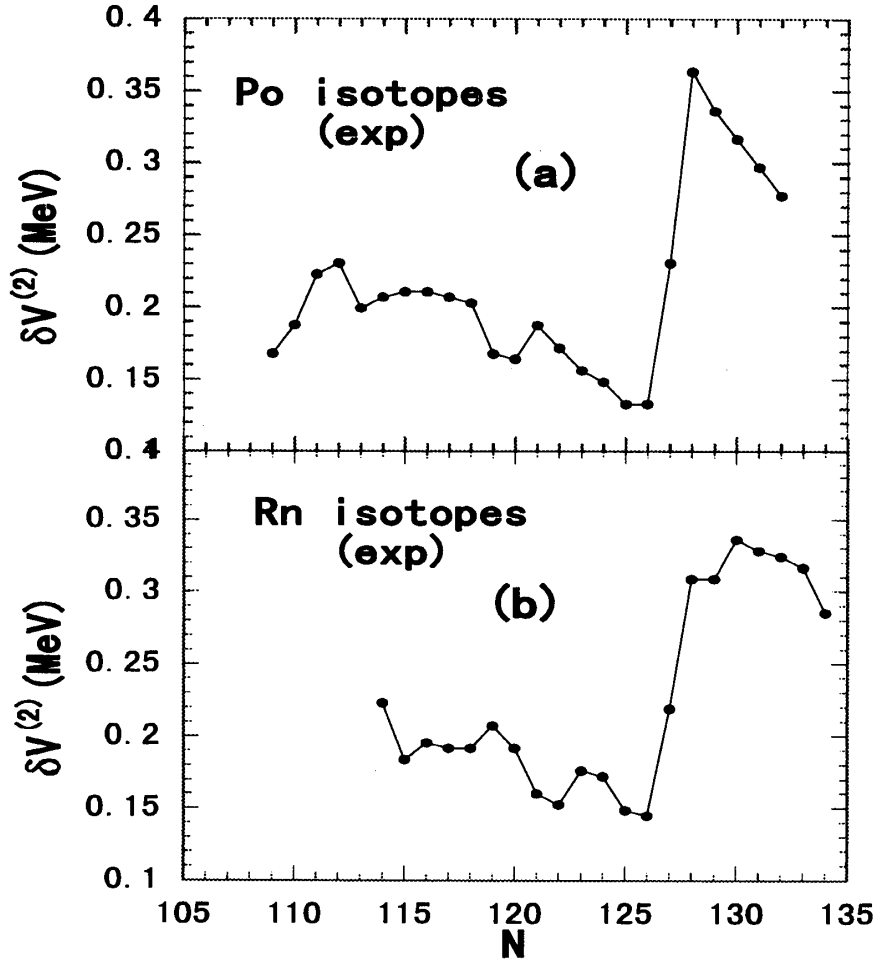


図6 (a)Po同位体と、(b)Rn同位体における束縛エネルギーの2重差 $\delta V^{(2)}$ の実験値。

$$Q(Z, N) = -S_{2p}(Z, N-2) - S_{2n}(Z, N) + B_\alpha \quad (14)$$

ここで、 $S_{2p}(Z, N)$ と $S_{2n}(Z, N)$ は、次の式で定義される。

$$S_{2p}(Z, N) = B(Z, N) - B(Z-2, N) \quad (15)$$

$$S_{2n}(Z, N) = B(Z, N) - B(Z, N-2) \quad (16)$$

束縛エネルギーの2重差 $\delta V^{(2)}$ は、さらに次のように書き直すことができる。

$$\delta V^{(2)}(Z, N) = \frac{1}{4}(S_{2p}(Z, N) - S_{2p}(Z, N-2)) \quad (17)$$

式(14)と(17)から、 Q 値は次のように与えられる。

$$Q(Z, N) = \delta V^{(2)}(Z, N) - S_{2p}(Z, N) - S_{2n}(Z, N) + B_\alpha \quad (18)$$

$\delta V^{(2)}$ は、陽子・中性子相関エネルギーに対応するので^(16,19)、上式の第1項はアルファ粒子の陽子・中性子相関エネルギーを表す。さらに、次の式で定義される1陽子(中性子)分離エネルギー $S_p(S_n)$

$$S_p(Z, N) = B(Z, N) - B(Z-1, N) \quad (19)$$

$$S_n(Z, N) = B(Z, N) - B(Z, N-1) \quad (20)$$

を使い、さらに陽子と中性子の3点奇偶質量差

$$\Delta_p(Z, N) = \frac{(-1)^Z}{2} (B(Z+1, N) - 2B(Z, N) + B(Z-1, N)) \quad (21)$$

$$\Delta_n(Z, N) = \frac{(-1)^N}{2} (B(Z, N+1) - 2B(Z, N) + B(Z, N-1)) \quad (22)$$

を用いると、 Q 値は次のように表される。

$$Q(Z, N) = Q_{pn} + Q_{pair} + Q_s + B_\alpha$$

$$Q_{pn} = 4\delta V^{(2)}(Z, N)$$

$$Q_{pair} = 2((-1)^N \Delta_n(Z, N-1) + (-1)^Z \Delta_n(Z-1, N))$$

$$Q_s = 2(S_n(Z, N) + S_p(Z, N)) \quad (23)$$

図7に、 ^{212}Po アイソトープの全体の Q 値、陽子・中性成分 Q_{pn} 、対相関成分 Q_{pair} 、分離エネルギー $+B_\alpha$ 成分 $Q_s + B_\alpha$ を中性子数の関数として示す。 Q 値の急激な増加が、中性子数 $N=128$ について起こる。図4からわかるように、 $N=128$ についての不連続性は ^{210}Pd , ^{211}Bi , ^{212}Po に対して最も大きく、 $|Z-82|$ が増加するにつれて単調に減少する。同じことは、分離エネルギーについても見られる。つまり、この増加は主に中性子分離エネルギー S_n からくるのである。 $Z=82$ の魔法数の性格は、 $N=128$ に対して最も強くなるように思える。それは、他の2重魔法数あるいは部分的魔法数近傍の原子核でおこる。従って、 $N=128$ についての Q 値の急激な増加の主要な原因は、魔法核における単一粒子エネルギーギャップによるものである。

分離エネルギーや奇偶質量差よりも小さいが、似たような系統性は、束縛エネルギーの2重差 $\delta V^{(2)}(Z, N)$ にも見られる。奇偶質量差は、中性子数 N が $N=126$ まで増

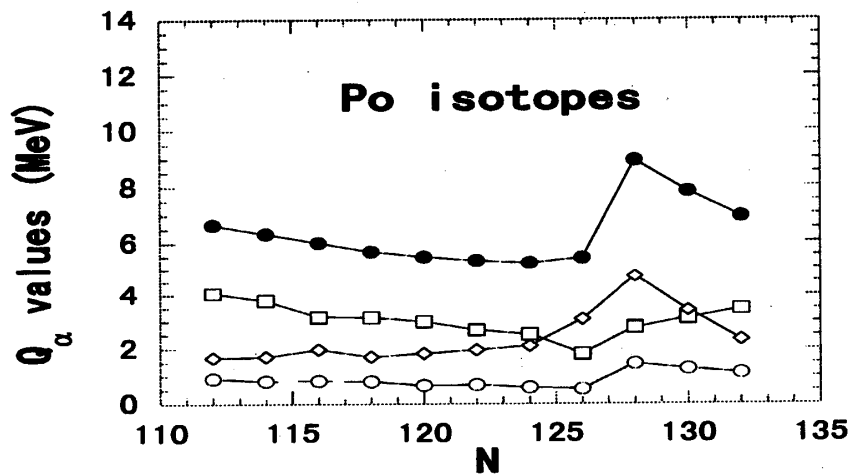


図7 Po同位体の Q_α 値(黒丸)と、陽子・中性子成分 $4\delta V^{(2)}$ (白丸)、エネルギーギャップ成分 $\Delta_n + \Delta_p$ (四角形)、分離エネルギー成分 $S_n + S_p$ (菱形)。

加するにしたがいゆっくりと減少し、 $N=128$ から増加する。良く知られているように、平均として奇偶質量差 $\Delta_p + \Delta_n$ は、質量数 A の関数として $24A^{-1/2}$ の2倍の関係式に従う。このように、 $\delta V^{(2)}$ の Q 値への寄与は、それほど大きくない。しかし、式(4)から見るように、崩壊定数の対数 $\log_{10}\lambda$ は、 Q 値に極めて敏感である。実際、 Q 値の実験値から陽子・中性子成分 Q_{pn} を除いて式(4)に代入し計算すると、図8に見るようにその値は実験値から大きく離れる。 $\delta V^{(2)}$ の主要成分は、アイソスカラー型陽子・中性子モノポール相互作用に対応するため^(16,19)、アルファ崩壊は Q 値を通して陽子・中性子相互作用により大きく増加する。

本論文では、束縛エネルギーの2重差 $\delta V^{(2)}$ からアルファ崩壊への陽子・中性子相互作用の効果を調べた。その結果、アイソスカラー型陽子・中性子モノポール相互作用は、アルファ崩壊に対して重要であることが明らかになった。この相互作用は、前論文⁽¹⁷⁾でも述べたように基底状態の波動関数を変えないため、アルファ形成振幅には効かず Q 値にのみ影響すると考えられる。前に述べたように、原子核の変形は形成振幅の増加をもたらすため、四重極相互作用は形成振幅に重要な役割を果たすと期待される。この方向に沿った研究は、現在進行中である。

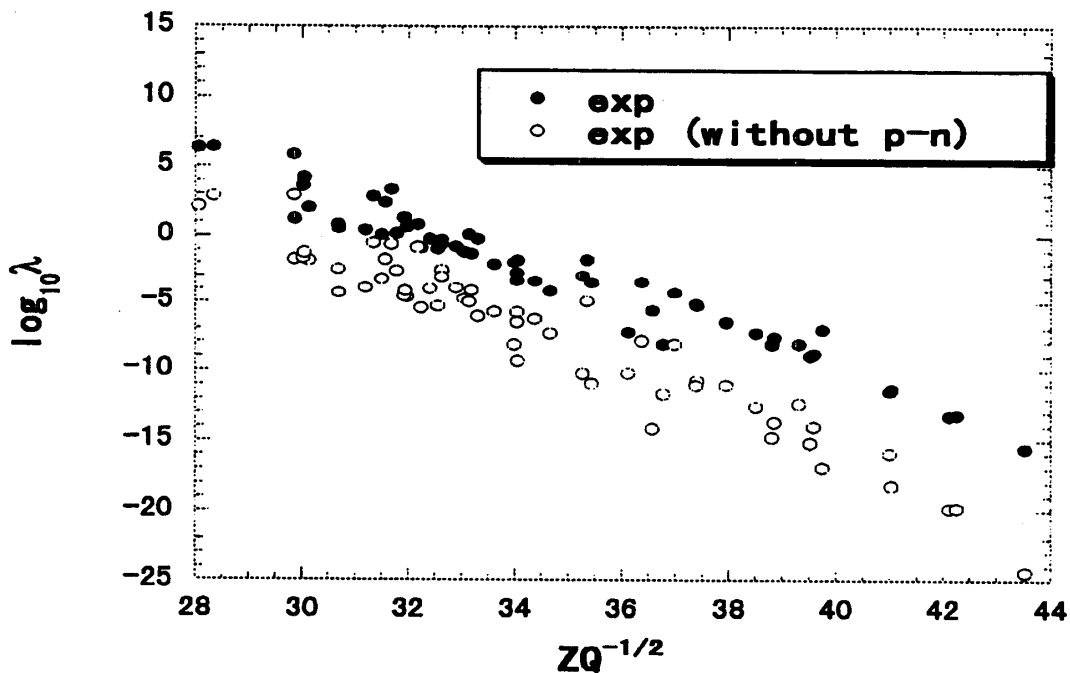


図8 $Z=84-100$, $N=100-154$ 領域の原子核における $\log_{10}\lambda_{exp}$ 黒丸は実験値、白丸は陽子・中性子成分を除いた計算値を示す。

References

- (1) G. Gamov, *Z. Phys.* **51**, 204 (1928).
- (2) H.J. Mang, *Phys. Rev.* **119**, 1069 (1960).
- (3) A. Arima and S. Yoshida, *Nucl. Phys. A* **219**, 475 (1974).
- (4) T. Fließback and H.J. Mang, *Nucl. Phys. A* **263**, 75 (1976).
- (5) I. Tonzuka and A. Arima, *Nucl. Phys. A* **323**, 45 (1979).
- (6) F. Katara, A. Insolia, E. Maglione, and A. Vitturi, *Phys. Rev. C* **29**, 1091 (1984).
- (7) W.T. Pinkston, *Phys. Rev. C* **29**, 1123 (1984).
- (8) F. Katara, A. Insolia, E. Maglione, and A. Vitturi, *Phys. Lett. B* **149**, 41 (1984).
- (9) G. Dodig-Crnkovic, F.A. Janouch, R.J. Liotta, and L.J. Sibanda, *Nucl. Phys. A* **444**, 419 (1985).
- (10) G. Dodig-Crnkovic, F.A. Janouch, and R.J. Liotta, *Nucl. Phys. A* **501**, 533 (1989).
- (11) D.S. Delion, A. Insolia, and R.J. Liotta, *Nucl. Phys. A* **549**, 407 (1992).
- (12) D.S. Delion, A. Insolia, and R.J. Liotta, *Phys. Rev. C* **54**, 292 (1996).
- (13) K. Varga, R.G. Lovas, and R.J. Liotta, *Nucl. Phys. A* **550**, 421 (1992).
- (14) J. -Y. Zhang, R.F. Casten, and D.S. Brenner, *Phys. Lett. B* **227**, 1 (1989).
- (15) D.S. Brenner, C. Wesselborg, R.F. Casten D.D. Warner, and J. -Y. Zhang, *Phys. Lett. B* **243**, 1 (1990).
- (16) K. Kaneko, M. Hasegawa, *Phys. Rev. C* **60**, 24301 (1999).
- (17) M. Hasegawa and K. Kaneko, *Phys. Rev. C* **59**, 1449 (1999).
- (18) A.L. Goodman, *Adv. Nucl. Phys.* **11**, 263 (1979).
- (19) K. Kaneko, M. Hasegawa, *Prog. Theor. Phys.* **106**, 1179 (2001).
- (20) G.G. Dussel, R.J. Liotta, and R.P.J. Perazzo, *Nucl. Phys. A* **388**, 606 (1982).
- (21) E. Roeckl, *Nucl. Phys. A* **400**, 113c (1983).
- (22) R.G. Thomas, *Prog. Theor. Phys.* **12**, 253 (1954).
- (23) A.E.S. Green, *Nuclear Physics*, (McGraw-hill, New York, 1955).
- (24) H. Geiger and J.M. Nuttall, *Phil. Mag.* **22**, 613 (1911).
- (25) E.V. Condon and R. Gurney, *Nature*, **122**, 439 (1928).
- (26) *Table of Isotopes*, 8th ed. by R.B. Firestone and V.S. Shirley (Wiley-Interscience New York, 1996).