

【論文】

集中荷重を等分布化したMFSによる

楕円孔の応力集中計算

Calculation on Stress Concentration of Elliptical Hole by MFS Using Equally Distributed Point Load

中川 竜一*、坂井 善樹*、藤崎 渉**

Ryuichi NAKAGAWA, Yoshiki SAKAI and Wataru FUJISAKI

Abstract: One of the authors has reported the elemental MFS (Method of Fundamental Solutions) program to calculate a stress concentration factor. The more a elliptical hole becomes sharp, the more the calculation error increases because of a point load. In this study, in order to obtain more good accuracy, we improve the program using the eqally distributed source point loads. It is found that the new technigue gives the stable wide range of good accuracy.

Key words: Method of Fundamental Solutions, Model Point, Source Point, Meshless Method

1. 緒言

前報(1)では、基本解を用いてソース荷重を集中荷重で表現したメッシュレス法のプログラム作成をおこない、内圧を受ける楕円孔の応力集中係数を対象として精度の優劣について検討した。その結果、楕円が鋭くなるにつれて、中心角等分割によるポイント配置(バイアスなし)では、精度が劣化することがわかった。本研究では、単一の集中荷重ソースを楕円孔上の複数ポイントに等分布化する改良をほどこして、その精度改善効果について検討を行った。

2. MFSの理論

ここでは基本解を利用する手法(MFS: method of fundamental solutions)のうち、もっとも素朴な近似解法として、無限板中の基本解を用いる選点法を利用する。これはモデル境界上に有限個のポイントを選び、これらの点で境界条件が満たされるように、ソース上の重み荷重を定める手法である。また、得られたソース荷重を用いることで、モデル内の任意の点の応力を計算できる。

3. 内圧を受ける円孔・楕円孔モデル

Fig.1は、無限板中に円孔(半径 $r_m=1.0m$)があるモデルである。ソースポイント S は円孔の領域におく。

MFSでは、計算精度は一般にモデルポイントとソースポイントの相対的配置に依存する。そこで、ソース半径 r_s を変えながら、モデルポイントとソースポイントの配置を同一バイアス比 B [(1), (2)式]により変化させたときの内圧を受ける円孔・楕円孔の応力集中係数の計算精度を検討する。

Fig.2は、無限板中の楕円孔モデルである。軸長比 b/a で楕円偏平度を表わし、この値が小さいほど楕円は鋭くなる。 n は集中荷重ポイント数を表し、64、128ポイントで解析を行う。 N は集中荷重を等分布化する場合の分割数である。今回は、 $N=1\sim 10$ の範囲で、その効果を調べた。

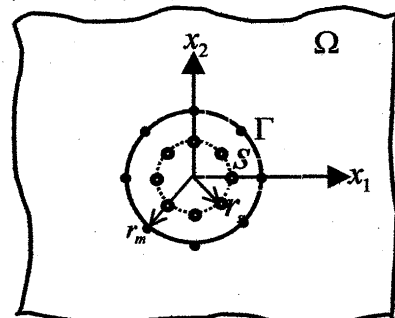


Fig.1 Domain, boundary and source

* 九州産業大学 機械工学部 4年

** 九州産業大学 機械工学科

- N = 1 point load
 N > 1 equally distributed point load

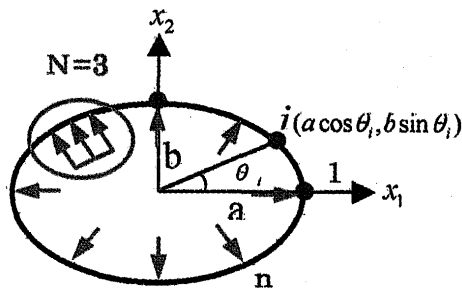


Fig.2 Model of elliptical hole problem

$$\theta_2 = \frac{1-B}{1-B^n} \cdot \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$\theta_i = \sum_{j=2}^i \theta_j \cdot B^{j-2} \quad (i=2, n) \quad (2)$$

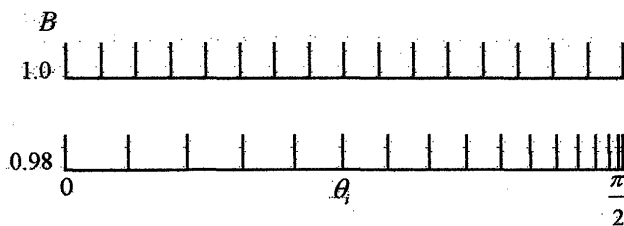
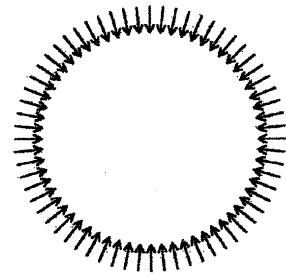


Fig.3 Examples of θ_i depending on bias ratio B

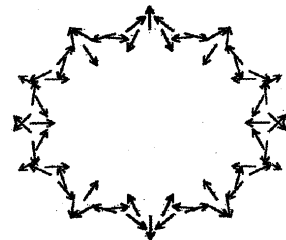
モデルポイントとソースポイントの位置は共に、バイス比 B を用いた (1), (2) 式によって定められる。Fig.3 に例として $B=1.0$ と $B=0.98$ (共に $n=64$) の θ_i ($0 < \theta_i < \pi/2$) を示す。 $B < 1.0$ の場合、ポイントは楕円の上下に寄り、 $B > 1.0$ の場合には楕円の左右に寄る。また、ソース距離とモデル距離 r_s/r_m の比率は $0.1 \sim 0.9$ の範囲で変化させた。

4. 重み荷重の特徴

重み荷重 f とはソースポイントにかける荷重であり、これを用いてモデルポイントの応力を計算するため、 f の大きさは計算精度の優劣にかかわってくる。Fig.4 は、 $n=64$ ポイントにおける $b/a=0.6 \sim 1.0$ の計算結果の中から、切欠き底の最大応力 σ_{max} が最も高精度であったケースの重み荷重 f の方向を矢印で示したものである。



$|f_{max}| = 5.61$ Error = $3.1E-13\%$
 (a) $b/a=1.0$ $N=1$ $r_s/r_m=0.5$



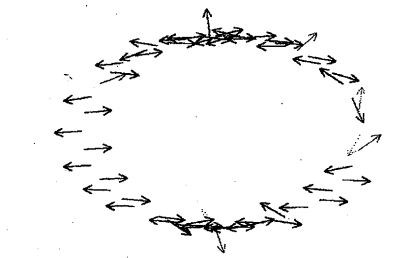
$|f_{max}| = 8.72E+04$ Error = $1.2E-06\%$
 (b) $b/a=0.8$ $N=1$ $r_s/r_m=0.5$



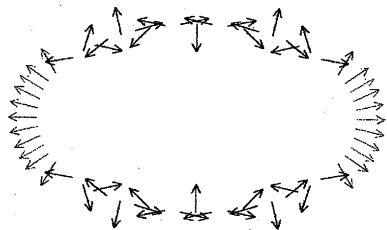
$|f_{max}| = 1.64E+01$ Error = $1.3E-02\%$
 (c) $b/a=0.6$ $N=10$ $r_s/r_m=0.85$

Fig.4 Features of calculated source load with good accuracy ($n=64, B=1.0$)

(a)円孔問題の場合には、ソースの重み荷重は完全な放射形を示す。(b) $b/a=0.8$ 、(c) $b/a=0.6$ ではいくつかの荷重で構成されるパターンを繰り返していることがわかる。このように高精度のケースでは重み荷重の対称性・パターン性が非常によいという特徴をもつことが分かった。



$|f_{max}| = 1.53E+16$ Error = $1.7E+01$
 (a) $b/a=0.7$ $r_s/r_m=0.1$ $B=0.9$



$|f_{max}| = 1.92E+04$ Error = $-1.7E+02\%$
 (b) $b/a=0.6$ $r_s/r_m=0.85$ $B=1.0$

Fig. 5 Features of calculated source load with bad accuracy(N=1)

Fig. 5は、精度が悪い場合で、(a)は放射状の対称性がなく、矢印の向きがばらばらになっていることが分かる。 $r_s/r_m=0.1$ であり、ソースモデルから遠いため最大値 f_{max} は非常に大きくなっている。(b)では、対称性はいいが、パターン性は少々よくなく、矢印が外側に向いている。 $r_s/r_m=0.85$ であり、モデルから少し離れており、 $|f_{max}|$ は(a)ほどではないが増加していることから、計算精度が低下している。

このように、 b/a が減少すると共に、対称性・パターン性の劣化と、ある箇所にかかるソース荷重の $|f_{max}|$ の増加が、最大応力の計算に悪影響を与えるため、計算精度が低下する要因となっている。

5. 集中荷重と等分布化荷重の比較

Fig. 6は、 $b/a=0.6$ の楕円で、 $N=1,10$ の場合の計算結果である。単一の集中荷重で計算する場合より、等分布化した集中荷重で計算した方が、高精度となる事が分かった。

Fig. 7は、分割数 N による精度の変化を軸長比 $b/a=0.6$ の例で示したものである。まず、(a)は $r_s/r_m=0.7$

の場合であり、 $N=5$ 以降で精度が安定する事がわかった。(b)は $r_s/r_m=0.85$ の時、ソースがモデルに近いと $N=2$ ですでに高精度となっている。

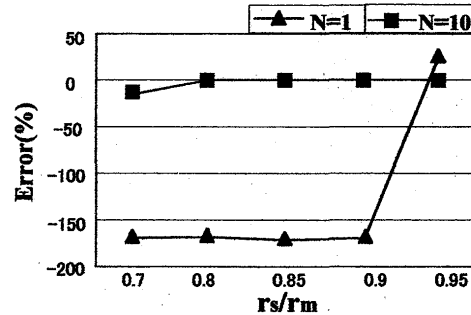
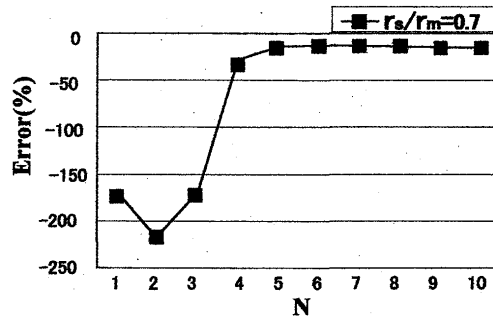
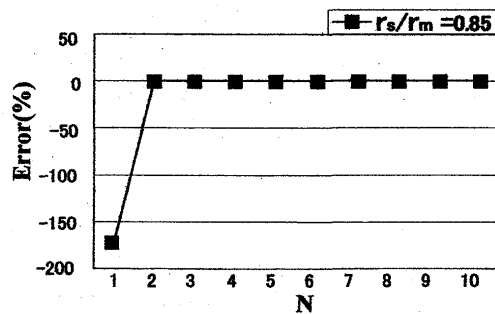


Fig. 6 Effect of equally distributed point loads (b/a=0.6)



(a) $r_s/r_m=0.7$



(b) $r_s/r_m=0.85$

Fig. 7 Effect of division number N(b/a=0.6)

6. バイアス比の影響

Fig. 8(a)はソース・モデルともに同一バイアス比 B を用いて、集中荷重ソース ($N=1$)、 $b/a=1.0\sim0.7$ における最大応力 σ_{max} の計算精度の安定範囲(それぞれの厳密解との誤差が 0.1%以下のもの)を示したものである。

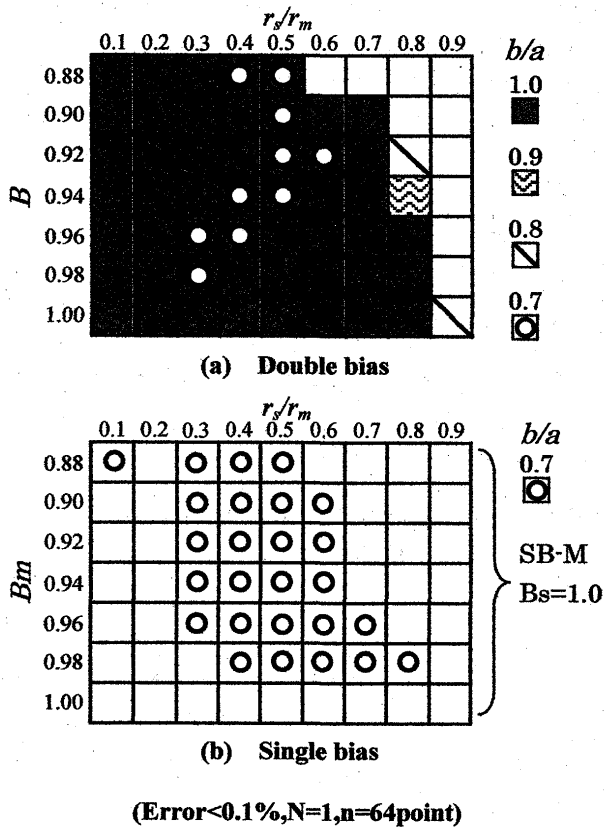


Fig.8 Stability range of accuracy

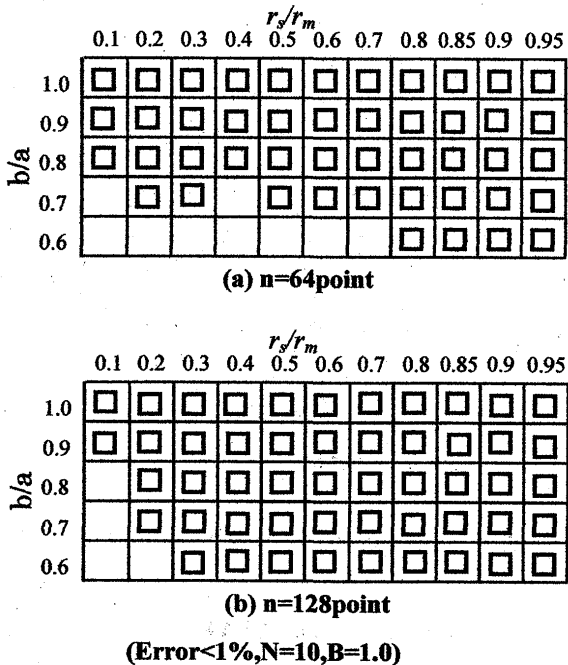
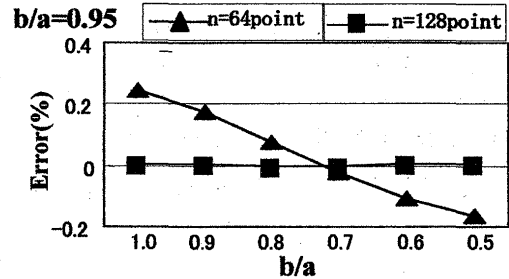


Fig.9 Stable range of accuracy by equally distributed point loads

一方、モデルポイントのみを単独でバイアス比 B_m により配置したケースでの精度の安定範囲を Fig. 8 (b)に示す、 $b/a=0.7$ (図中○印)での安定領域は Fig. 8 (a)よりも 2.6 倍強も広がっていることが分かる。



7. 等分布化荷重と細分割による安定範囲

Fig.9 に等分布化したソース荷重(N=10)による計算精度の安定範囲(誤差が1%未満)を□印で示した。Fig.9(a)は、ポイント数 $n=64$ での計算結果である。軸長比 b/a が小さくなるにつれて、計算精度の安定範囲は狭くなる。また、 r_s/r_m が大きいほど、すなわち、ソースがモデルに近いほど計算精度は安定している事が明らかとなった。Fig.9(b)は、ポイント数 $n=128$ としたときの計算精度の安定範囲を示したものである。64ポイントに比べ、安定範囲が綺麗に整って、広がっていることがわかる。Fig.10 では、 $n=64$ と 128ポイントにおける軸長比 b/a と相対誤差の関係の一例を示したものである。64ポイントに比べ、128ポイントの場合、解の値に安定性があることが分かる。

8. 結言

メッシュレス法の計算精度を向上させるために、集中荷重を等分布化する手法を取り組み、楕円孔の応力集中問題で効果を検証した。その結果、多くの条件の下で計算精度を大幅に向上させていることが確認できた。

文献

- (1) 西川祥司、猿渡宣弘、藤崎渉、日本機械学会 [No. 05-9]M&M2005材料力学カンファレンス講演論文集、pp.553~554、2005。