

【論文】

中空円柱超伝導体における交流帯磁率特性

古賀 美希子¹・阿久根 忠博²・坂本 進洋²

AC susceptibility in Hollow Cylindrical Superconductors

Mikiko KOGA¹, Tadahiro AKUNE², Nobuyoshi SAKAMOTO²

Abstract: High- T_c ceramics are composed of two regions, grains and intergrains and their characteristics are determined by the combination of their properties. The main cause of the degradation of superconducting characteristics originates in the intergrain among the superconducting grains. A quantitative analysis of the contribution due to the grain and link should be made to enhance the superconducting quality. The grained Bean model is proposed, where the superconducting phases are immersed in the matrix link superconductor. This model gives a variety of complex AC susceptibility curves and a clear insight on the grain structures. By applying the model to AC susceptibility in a hollow cylinder, the effect of holes and vacancies in the superconductor will be discussed.

Keywords: Grained Bean model, AC susceptibility, Pinning penetration field

1. はじめに

酸化物超伝導体は、原料粉末の混合・焼成によって容易に作製でき、液体窒素で超伝導現象を実現できる。金属系の超伝導体とは異なり、結晶構造は複雑で異方性が強い。また、結晶粒と粒界結合による多結晶体である。すなわち、優れた超伝導特性を持つ結晶粒が、弱い超伝導リンクで結合した構造となることが多い。このような多結晶構造では超伝導体中に中空部や非超伝導の常伝導層が析出・分布することが多く、超伝導特性に大きな影響を与える。この論文では、中空部などが磁化特性、交流帯磁率特性に及ぼす影響を検討する。

第2種超伝導体に特有な現象として、磁化のヒステリシスがある。これは、超伝導体の結晶が完全に一様でないことから生じるピン止め力と呼ばれるものが磁界の増減によって磁束が超伝導内を動くときにその動きに対する抵抗力として動くことによるものである。超伝導材料中の磁束分布を、ローレンツ力が常にピン止め力とつり合い状態にあるという条件を満たすとし

て数式化した臨界状態モデル (critical state model) と呼ばれるものがある。ピン止め力として、入江・山藤の臨界状態モデルを用いる¹⁾。円柱、中空円柱について磁束分布、磁化及び交流帯磁率を求め、中空部の影響を検討した。

2. 中空円柱超伝導体の磁束分布と磁化特性

Fig.1 に示すように磁束は円柱表面から侵入・排出する。磁束分布の傾きはピン止め力、即ち臨界電流密度で決定される²⁾。中空部が無いときの中心到達磁界

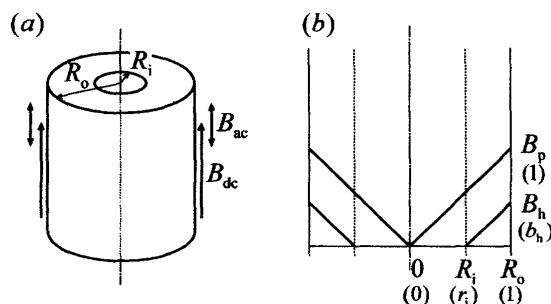


Fig. 1: Magnetic field distribution in Cylindrical superconductor with inner and outer radii, R_i and R_o .

を B_p とすれば、内径 R_i の中空部へ磁束分布が到達する

¹工学研究科電気工学専攻

²電気情報工学科

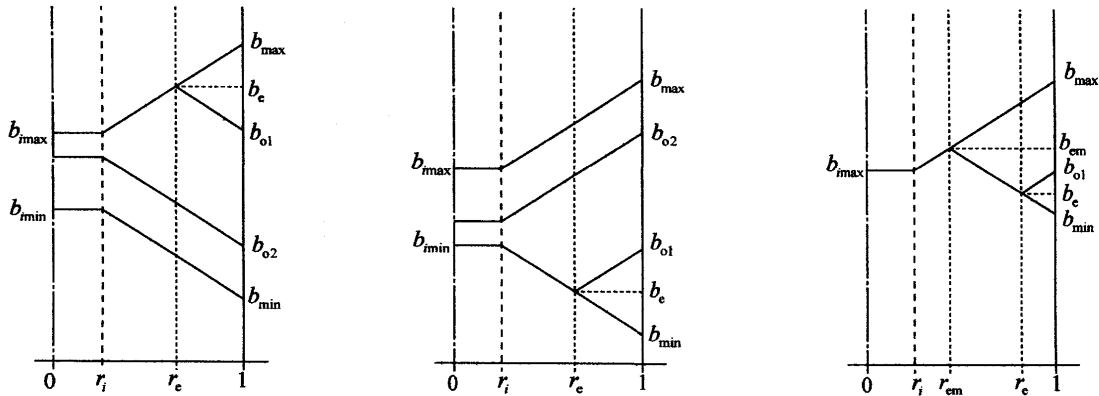


Fig. 2: Field distribution in hollow cylinder at decreasing period(a), increasing period(b) in large AC field B_a . In small B_a field change is confined near surface.

中空到達磁界 B_h は $B_h/B_p = 1 - R_i/R_o$ となる。交流磁界 $B_{ac}(= B_a \cos \omega t)$ の最大値 $+B_a$ から減少する場合の磁束分布の様子を Fig.2(a) に示す。円柱表面の磁束は減少するが、内部や中空部では一定である。さらに減少すれば、中空部の磁界も小さくなる。交流磁界が半周期を経て、増磁に転じると、Fig.(b) のように変化する。ただし、磁界の振幅 B_a 中空到達磁界 B_h より小さい場合には Fig.2(c) の分布になる。磁束分布から円柱内の平均磁束 $\langle B \rangle$ を求めれば、外部磁界 B_o がのときの磁化 M は次式で与えられる。

$$M = \langle B \rangle - B_o \tag{1}$$

3. 中空円柱超伝導体の交流帯磁率特性

磁化 M のフーリエ積分から交流帯磁率の実部 χ' と虚部 χ'' は

$$\chi' + i\chi'' = \frac{1}{\pi B_a} \int_{-\pi}^{\pi} M(\omega t) e^{i\omega t} d\omega t \tag{2}$$

で定義される³⁾。基本波成分を χ' と虚部 χ'' で記し、高調波成分は下付き添え字を付ける。交流帯磁率の虚部 χ'' と実部 χ' の交流磁界振幅特性を Fig.3 に示す。以下、磁氣的量は B_p で、動径 R は円柱の半径 R_o で規格化する。

$$b_a = B_a/B_p, m = M/B_p, r = R/R_o \tag{3}$$

に遷移している。中空部が大きくなる ($r_i > 0$) χ'' では内径 r_i が大きくなるにつれてピークが左側にシフトして

いる。 χ' では合流点が左にシフトしている。

3.1 中空領域と交流帯磁率

交流帯磁率の虚部 χ'' は Fig.3 に示すように、中空がない円柱の場合 ($r_i = 0$) はシングルピークを示している。また、交流帯磁率の実部 χ' においては滑らかに

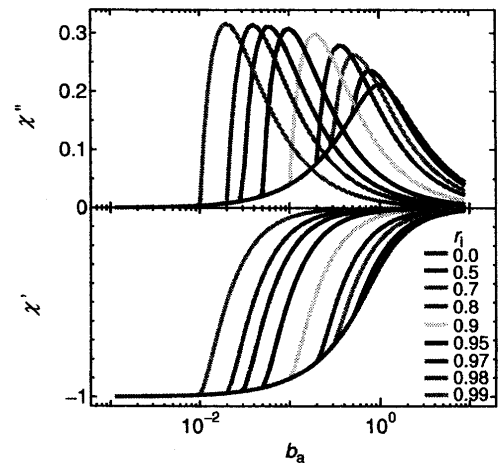


Fig. 3: AC susceptibilities of cylinders with central holes as a function of magnetic field

遷移している。中空部が大きくなると ($r_i > 0$) χ'' では内径 r_i が大きくなるにつれてピークが左側にシフトしている。 χ' では合流点が左側にシフトしている。

3.2 交流帯磁率の温度依存性

交流帯磁率は直流磁界の下で、一定の交流磁界振幅を重畳し、温度変化しながら測定することが多い。実測データとの比較・検討のためには温度特性が必要である。中心到達磁界の温度は磁界によって変化するが、その温度特性をよく用いられる 2 乗則、すなわち以下の式を採用する⁴⁾。

$$B_p = B_p(0) \left\{ 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right\}^{n_p} \quad (4)$$

中空円柱の内径を変化 $r_i (= 0, 0.5, 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.97, 0.98, 0.99)$ させた交流帯磁率の温度特性の計算結果について検討する。

交流磁界振幅 b_a が十分に小さい場合 ($b_a = 0.01$)

振幅 b_a が 0(K) での中心到達磁界より十分に小さく、 $b_a=0.01$ のときの交流帯磁率の温度特性を Fig.4 に示す。中空がない円柱 ($r_i = 0$) の場合、交流帯磁率の虚部 χ'' は高温部でシングルピークを示す。また、交流帯磁率の実部 χ' は高温部で滑らかに遷移している。

中空がある場合には、 χ'' では内径が大きくなるにつれてピークが左側にシフトしている。温度が低下して中空到達磁場が増大し、交流磁界振幅を超えると中空のない円柱の特性と一致する。 χ' では中空部が大きくなると b_h が小さくなるため、合流点が低温側にシフトしている。

交流磁界振幅 b_a が小さい場合 ($b_a = 0.1$)

$b_a=0.1$ のときの交流帯磁率の温度特性を Fig.5 に示す。中空がない円柱 ($r_i = 0$) の場合、 χ'' は高温部でシングルピークを示している。また、 χ' は高温部で滑らかに遷移している。

中空がある場合には、 χ'' では内径が大きくなるにつれてピークが左側にシフトしている。温度が低下して $b_h > b_a$ になると中空のない円柱の特性と一致する。 χ' は合流点が低温側にシフトしている。内径が大きくなると $b_h (= 1 - r_i) < b_a$ であり、合流しない。 $T = 0(K)$ でも完全反磁性を示さず、これは円柱の厚みが薄く、磁束が侵入し易くなったためである。

交流磁界振幅 b_a が大きい場合 ($b_a = 2$)

$b_a = 2$ のときの交流帯磁率の温度特性を Fig.6 に示す。 b_a が大きい場合には交流帯磁率の χ'' にはシングルピークの特性は見られない。同様に χ' にも合流点は見られず、 $T = 0(K)$ で中空部がない場合 ($r_i = 0$) でも完全反磁性を示す領域はない。

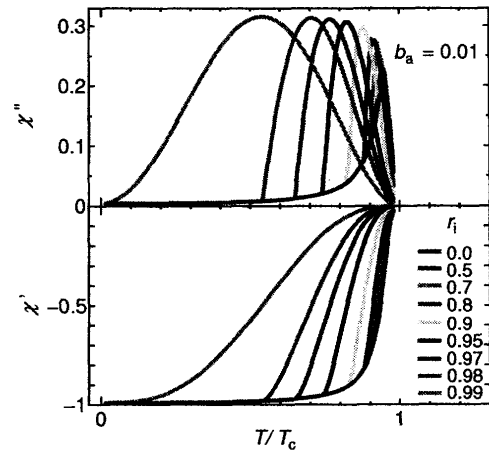


Fig. 4: AC susceptibilities of hollow cylinders as a function of temperature in AC field amplitude $b_a = 0.01$

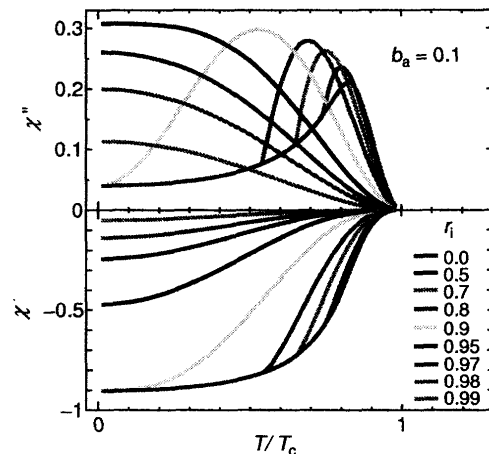


Fig. 5: AC susceptibilities of hollow cylinders as a function of temperature in AC field amplitude $b_a = 0.1$

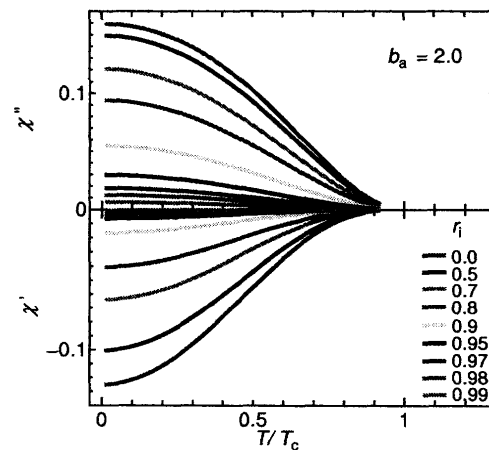


Fig. 6: AC susceptibilities of hollow cylinders as a function of temperature in AC field amplitude $b_a = 2.0$

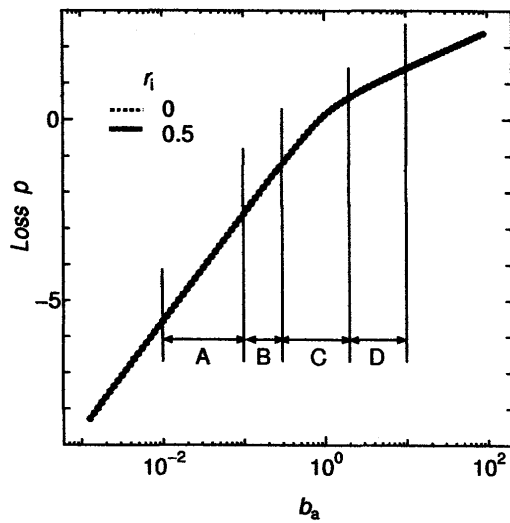


Fig. 7 AC loss $p (= P/(B_p^2/2\mu_0))$

4. 交流損失

交流損失 P は交流帯磁率の虚部 χ'' から次式で求められる。

$$P = \pi\chi'' B_a^2 \tag{5}$$

中空円柱の内径 = 0, 0.5, 0.9 における交流損失の計算結果について示す。なお図中の損失 p は規格化した値 ($p = 2\mu_0 P/B_p^2$) である。

4.1 中空部がない場合 ($r_i = 0$) とある場合 ($r_i = 0.5$)

交流損失を Fig.7 に示す。中空部がない場合 ($r_i = 0$) とある場合 ($r_i = 0.5$) はほぼ一致している。小振幅において交流損失は交流振幅 b_a の 3 乗に、大振幅では 1 乗に比例している。

Fig.7 の中空部が小さい場合 ($r_i = 0.5$) をさらに A (= 0.01~0.1)、B (= 0.1~0.5)、C (= 0.3~1.5)、D (= 2.0~10) の 4 つの磁界領域にわけて、その磁化特性を示す。

領域 A: 交流磁界振幅 (= 0.01~0.1) 場合の磁化特性を Fig.8 に示す。これはマイナー磁化であり、ヒステリシスの厚さは小さいが、その面積は b_a^3 に比例する。

領域 B: 磁化特性を Fig.9 に示す。ヒステリシスの厚みが現れる。

領域 C: 磁化特性を Fig.10 に示す。ヒステリシスの高さは一定 (この場合 0.6) で、交流磁界振幅でヒステリシスの幅が決まる。すなわちヒステリシスの面積

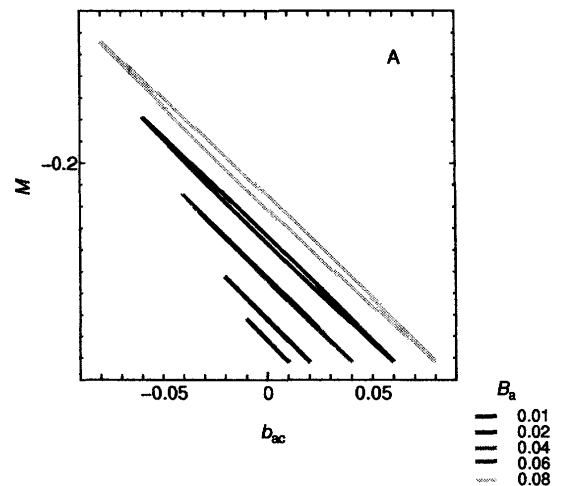


Fig. 8 Minor magnetization in region A

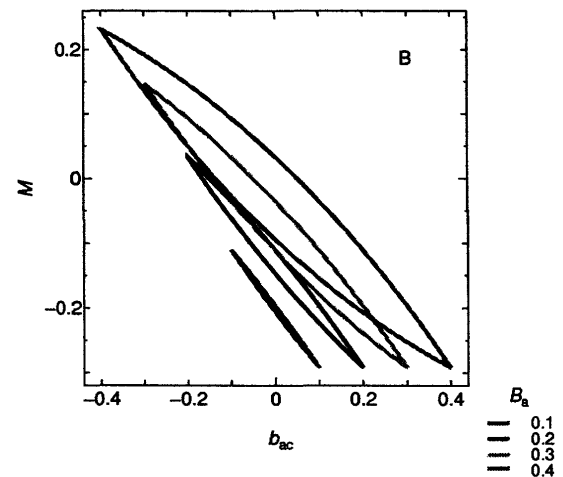


Fig. 9 Minor magnetization in region B

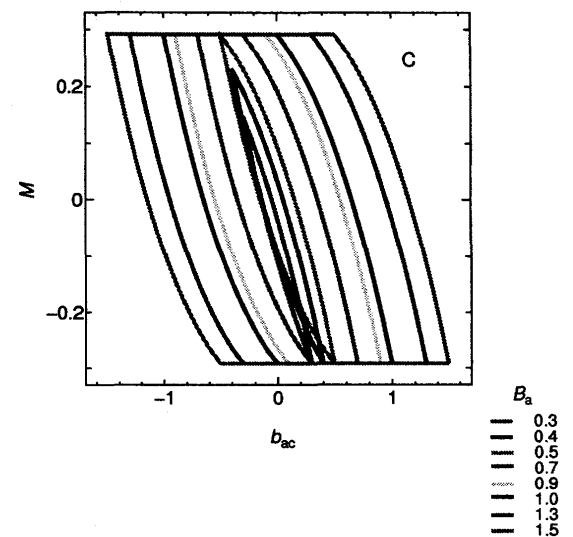


Fig. 10 Minor magnetization in region C

は b_a の 1 乗に比例する。

領域 D: 磁化特性を Fig.11 に示す。ヒステリシスの

高さは一定で、ヒステリシスの面積は b_a の 1 乗に比例する。

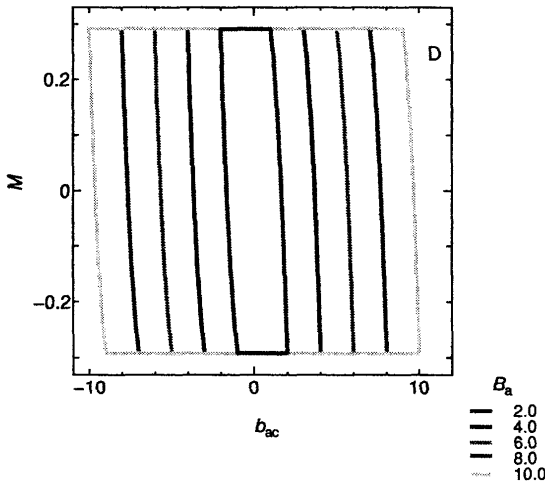


Fig. 11 Minor magnetization in region D

4.2 中空部が大きい場合 ($r_i = 0.9$)

中空部が大きい ($r_i = 0.9$) 場合の交流帯損失を Fig.12 に示す。

領域 E: 交流磁界振幅が中空到達磁場を越え始める領域 E で交流損失が急増している。この領域 E のマイナー磁化特性を Fig.13 に示す。また、比較のために両図ともに中空部がない場合を破線で示す。

中空部があると中空到達磁界が小さくなるために、小振幅でメジャー磁化領域に入り、ヒステリシスが矩形状になる。その結果、マイナー磁化領域を続けるよりも面積が急増することになり、これが交流損失の増大を導いている。振幅が十分大きくなると、中空なしの場合もメジャーのヒステリシスの高さが大きい領域に入り、その面積は大きく損失も大きくなる。

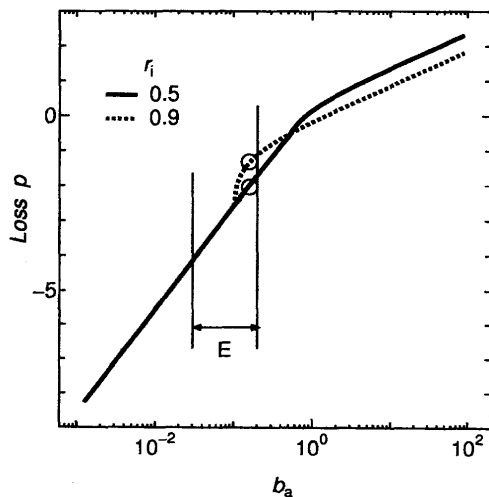


Fig. 12 AC losses in cylinders with large hole

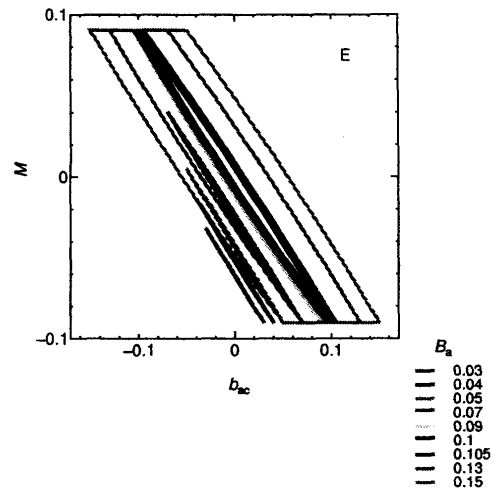


Fig. 13 Minor magnetization in region E

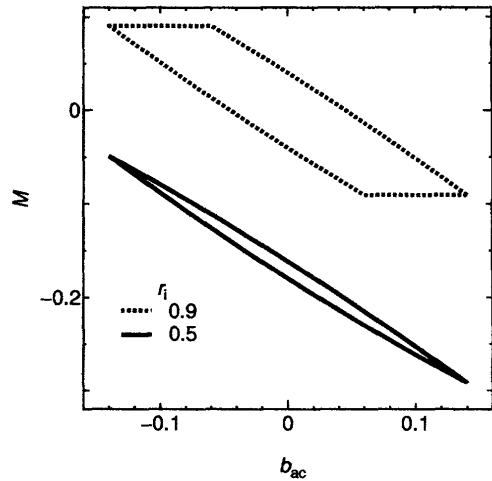


Fig. 14: Minor magnetization of cylinders with and without hole in region E

5. 第 3 高調波交流帯磁率

超伝導試料に交流磁場を加え、それにより試料に入力する磁束から生じる誘導電圧の第 3 高調波を測定することにより、臨界電流密度を求めるという方法がある。ここでも交流帯磁率の第 3 高調波成分について検討する。

5.1 中空領域と第 3 高調波交流帯磁率

第 3 高調波の帯磁率は Eq.(2) で $n=3$ とすればよい。その数値計算結果を Fig.?? に示す。

第 3 高調波の帯磁率は基本波と異なる波形を持つ。虚部 χ_3'' には負のピークが現れる。実部 χ_3' においては交流磁界振幅 b_a が中心到達磁場 b_p より小さい場合 ($b_a \leq b_p$) は $\chi_3' = 0$ となり、それを越えると信号が出てくる。 $b_a \leq b_p$ で χ_3' がほぼ垂直に立ち上がる。こ

の位置から、交流磁界が中空部に達したことが判定できる。

また χ''_3 、 χ'_3 とともに、 r_1 が大きくなるとパルス状の波形が左側にシフトする。

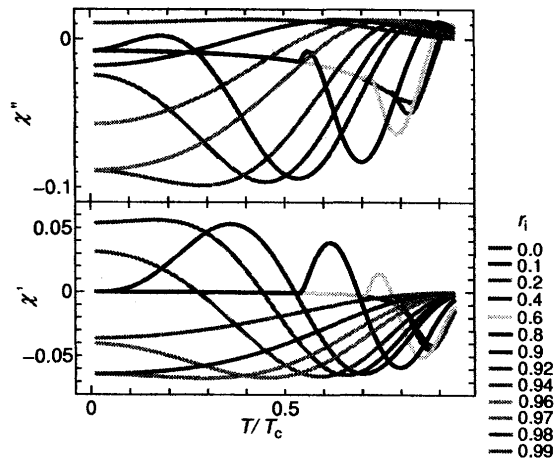


Fig. 15: The 3rd harmonics of AC susceptibilities as a function of temperature $t(= T/T_c)$

6. まとめ

超伝導体中の中空部、非超伝導層が交流帯磁率に与える効果を調べた。中空の超伝導円筒における磁束分布を Bean Model で表し、磁化を得た。また、フーリエ数値積分（交流帯磁率のフーリエ数値積分法）^{5,6}により、交流帯磁率の実部と虚部を求めた。その結果は次の通りである。

- (1) 磁束分布のフーリエ数値積分の結果は平板超伝導体における従来の理論表式の結果と一致した。
- (2) この方法で中空超伝導体の帯磁率を評価した結果、中心到達磁界より小さい中空到達磁界のために小さい交流磁界振幅から帯磁率の実部が増大する。
- (3) 中空到達磁界のために小さい磁界変化でマイナーループがメジャーループに到達し、ループ面積が増大し、帯磁率の虚部が増加する。
- (4) 超伝導体中の空隙などによる局所的磁束分布の変動が損失の増大を導く場合がある。
- (5) 円柱超伝導体の第3高調波帯磁率をフーリエ数値積分により評価した結果、中空部の存在により帯磁率波形が大きく変化する。
- (6) 中空到達磁界より小振幅では第3高調波の実部はゼロであり、中心到達磁界を越すと信号が出る。すなわち、中空部または空隙の検出方法の可能性はある。

参考文献

- 1) C.P. Bean : Phys. Rev. Lett. **8** (1962) 250.
- 2) F. Irie and K. Yamafuji, J. Phys. Soc. Jpn. **23** (1967) 255.
- 3) 松下照男：“磁束ピンニングと電磁現象”（産業図書、東京、1994）。
- 4) 湯元涉, 阿久根忠博, 坂本進洋, 超伝導システム科学研究センター報告, 第4巻 (2007) 86.
- 5) 福田有史, 湯元涉, 阿久根忠博, 坂本進洋, 九州産業大学工学部研究報告, 第43号 (2006) 83.
- 6) N. Sakamoto, T. Akune, U. Ruppert : to be published in Physica C.