

2025年3月発行

九州産業大学「エコノミクス」第29巻第2号 別刷

Estudio histórico de la economía heterodoxa sobre la desigualdad: De Marx a Sraffa

OKAMOTO, Tetsushi

Estudio histórico de la economía heterodoxa sobre la desigualdad: De Marx a Sraffa

OKAMOTO, Tetsushi

En este artículo⁽¹⁾, se examina la teoría de la distribución de Karl Marx (1818-1883) y el desarrollo posterior de las teorías de distribución en las escuelas de la economía heterodoxa.

A diferencia de la actual economía neoclásica, los dos gigantes de la economía clásica, es decir, Adam Smith (1723-1790) y David Ricardo (1772-1823), quienes vivieron durante el período de ascenso del capitalismo, tenían un gran interés en cómo se distribuían los productos netos (=ingreso nacional) de cada año entre las tres clases principales: los capitalistas, los terratenientes y los trabajadores.

Por ejemplo, Smith abogó por salarios altos para los trabajadores, creyendo que el bienestar de la sociedad requería que la gran mayoría de las personas de las clases bajas se enriquecieran. Además, como es bien sabido, Ricardo se centró en el hecho de que los intereses de los terratenientes entraban en conflicto con los de las otras dos clases, los capitalistas y los trabajadores, y recomendó firmemente la abolición de las leyes del maíz, las cuales reducirían las ganancias de los capitalistas⁽²⁾.

Marx, que estuvo activo aproximadamente medio siglo después de ellos, observó que el capitalismo en Inglaterra se había consolidado con la industria

algodonera como sector central, y que la situación social había cambiado considerablemente desde la época de Smith y Ricardo. El cambio más significativo fue el rápido enriquecimiento de los capitalistas industriales y la ampliación de las disparidades de clase, simbolizadas por el surgimiento de una clase trabajadora empobrecida.

Durante la vida de Marx, un gran número de personas pobres inundaron las ciudades y la pobreza se hizo más evidente. Las condiciones laborales de los trabajadores eran, desde nuestra perspectiva en el siglo XXI, inimaginablemente malas, y esta situación está detallada, por ejemplo, en *La situación de la clase trabajadora en Inglaterra* (1845) de Friedrich Engels (1820-1895), quien fue aliado de Marx. Por otro lado, la clase burguesa, aprovechando la inédita bonanza económica del capitalismo británico del siglo XIX, disfrutaba de una posición de poder y gloria, superando incluso a la nobleza feudal, como una nueva clase dominante que celebraba su auge.

Marx, quien fue un joven y apasionado revolucionario, a pesar de sentirse indignado por las contradicciones sociales, no se convirtió en terrorista ni anarquista. En cambio, continuó su exhaustiva investigación económica en medio de una vida de exilio y dificultades, realizando importantes descubrimientos que llevarían a la teoría de la distribución del siglo XX.

Este artículo reorganiza el legado dejado por Marx en relación con la teoría de la distribución de la economía heterodoxa contemporánea, y aborda los problemas pendientes y las perspectivas futuras.

1 La teoría del valor-trabajo

La teoría de la explotación presentada por Marx en el primer volumen de *El Capital: Crítica de la economía política* (1867) fue una objeción desde la teoría económica a la extraordinaria desigualdad de clases que caracterizaba al capitalismo industrial de la época.

Como es bien sabido, la teoría de la explotación está estrechamente vin-

culada a la teoría del valor-trabajo, que explica el valor de las mercancías en términos de trabajo. La idea básica de la teoría del valor- trabajo es que cualquier mercancía tiene valor de cambio (=posibilidad de ser intercambiada con otras mercancías, capacidad de ser vendida) porque la energía de trabajo está condensada y concentrada en su interior, en el producto terminado.

Por supuesto, las expresiones como “energía de trabajo” o “condensada y concentrada” son metáforas, pero la razón por la cual las mercancías tienen valor de cambio es que en su producción se ha invertido trabajo humano, y ahí radica la base material del valor de la mercancía. El trabajo es la fuente del valor de la mercancía; esa es la idea principal.

Marx reconoce el papel crucial que desempeñan los equipos y las instalaciones en la producción, pero se centra en el hecho de que los medios de producción (como las materias primas y los equipos) también son productos del trabajo pasado. Según Marx, la función de los medios de producción no es añadir nuevo valor en la producción, como lo hace el trabajo humano, sino transferir una parte del “trabajo pasado”, que ya está incorporado en su interior, al producto en cada ciclo de producción.

Matemáticamente hablando, estas ideas son proposiciones axiomáticas y no tiene mucho sentido discutir si son correctas o incorrectas. Simplemente, existe un conflicto entre aceptarlas o rechazarlas y, en cierto sentido, esta es la razón por la que la economía se divide en varias escuelas de pensamiento⁽³⁾.

2 Teoría de la distribución de la economía neoclásica.

Si la axioma marxista de que “solo el trabajo es la fuente de valor” se expresa de manera neoclásica, se podría decir que “solo el trabajo es un factor de producción primordial”. En cambio, en el caso de la economía neoclásica, se adopta el axioma de que no solo el trabajo, sino también el capital, es un factor de producción primordial, y que ambos desempeñan un papel igual en la pro-

ducción.”

La característica de la teoría de la distribución en la economía neoclásica es que es excesivamente matemática y formal. Los neoclásicos utilizan una función de producción homogénea de primer grado con rendimientos decrecientes, $Y = F(L, K)$, y, resolviendo el problema de maximización de ganancias de la empresa, obtienen las ecuaciones $w = \partial Y / \partial L$, y $r = \partial Y / \partial K$. Combinando estas con la ecuación derivada de la aplicación del teorema de Euler⁽⁴⁾ a la función de producción, $Y = L \times \partial Y / \partial L + K \times \partial Y / \partial K$, llegan a la ecuación $Y = wL + rK$ (donde Y es la producción, L es el trabajo, K es el capital, w es la tasa de salario real y r es la renta del capital).

Esta última ecuación significa que, bajo competencia perfecta, el producto se distribuye completamente entre los trabajadores y los capitalistas según sus contribuciones a la producción, es decir, sus productividades marginales. Si consideramos la diferencia en productividad marginal entre los dos como una diferencia en la “contribución”, la teoría de la distribución neoclásica puede verse como una teoría de la “distribución basada en la contribución”. Dado que la contribución (productividad marginal) es diferente entre el trabajo y el capital, es natural que haya una disparidad de ingresos, y no hay nada injusto en ello... esa es la implicación implícita de la ecuación.

Sin embargo, este modelo de distribución neoclásico tiene un defecto fatal como modelo que imita la economía real, ya que, como resultado de la competencia, genera una renta de capital r igual a la tasa de interés, pero hace que las ganancias empresariales, que deberían recibir los empresarios, sean cero. Incluso si se interpretara de manera forzada que “la renta de capital r es lo mismo que la tasa de ganancia empresarial”, si la tasa de ganancia empresarial fuera igual a la tasa de interés, entonces sería una elección mucho más racional depositar el capital en un banco y vivir de los intereses, en lugar de arriesgarse en la gestión empresarial. Esto generaría una paradoja, ya que en una sociedad capitalista, nadie se aventuraría a hacer negocios.

Sin embargo, al adoptar esta teoría de la distribución, se puede utilizar como

base para defender la desigualdad, argumentando que “los altos ingresos de los ricos se deben a que la riqueza que poseen tiene una productividad marginal más alta que la de la gente común” o que “los ricos son más capaces que la gente común, por lo que tienen altos ingresos”. Por lo tanto, aunque el modelo original se formuló hace más de 100 años⁽⁵⁾, sigue siendo utilizado hoy en día como propaganda del neoliberalismo.

3 Medición de la cantidad de trabajo invertido

Ahora, procedamos a analizar la teoría del valor-trabajo de Marx.

Partiendo del axioma de que el trabajo es el valor, Marx derivó varios teoremas. El primero de ellos es la medición del valor-trabajo. En el capítulo 5 de *El Capital*, “El proceso de trabajo y el proceso de aumento del valor”, Marx se enfoca en el trabajo de los hiladores y explica, en lenguaje cotidiano, cómo se mide el valor de la mercancía, que en este caso es el hilo de algodón. Usando la expresión matemática actual, la afirmación de Marx podría expresarse mediante una sencilla ecuación de valor como la siguiente.

$$t_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}t_j + \tau_i \quad (a)$$

La ecuación (a) indica que la cantidad de valor t_i contenida en la mercancía i es la suma del “trabajo pasado”, incorporado en los medios de producción utilizados, y del “trabajo vivo”, agregado durante el proceso de producción de dicha mercancía. Entonces, t_i representa la cantidad de valor contenida en el producto i , mientras que a_{ij} indica la cantidad del producto j utilizada como insumo o medio de producción (es decir, maquinaria y equipos) para producir una unidad del producto i . Finalmente, la expresión τ_i denota la cantidad de trabajo directamente necesaria para producir una unidad del producto i .

Por supuesto, medir la cantidad de trabajo en términos de tiempo presenta problemas complejos, como la cuestión de las diferencias cualitativas entre el trabajo especializado y el no especializado, o cómo calcular con preci-

sión el desgaste de los equipos y maquinarias. Sin embargo, Marx consideraba que si estos problemas fueran resueltos y todos los bienes fueran producidos bajo un sistema técnico determinado, empleando el tiempo de trabajo promedio socialmente necesario, la cantidad de trabajo incorporada en una mercancía podría ser medida como la suma de las dos partes en el lado derecho de la ecuación anterior.

Sin embargo, la explicación de Marx en *El Capital* no supone la producción de bienes en n sectores. La ecuación anterior tampoco es algo que Marx haya propuesto. Pero si no solo se conocen el coeficiente de insumo de trabajo a_{ij} y el trabajo directo τ_i , sino también las cantidades de valor aparte de t_i , el valor de t_i puede calcularse como la suma del “trabajo muerto” y el “trabajo vivo”. Esta es la esencia del argumento de Marx.

Hoy en día, el problema de medir el valor se ha extendido al caso de n sectores industriales, y generalmente se entiende como una solución no negativa a las siguientes ecuaciones lineales simultáneas (es decir, la ecuación de valor).

$$\mathbf{t} = \mathbf{A} \mathbf{t} + \boldsymbol{\tau} \quad (\text{b})$$

La matriz $\mathbf{A}$ es la matriz de coeficientes de insumos de los medios de producción, y los vectores columna $\mathbf{t}$ y $\boldsymbol{\tau}$ representan el vector de valor del trabajo de cada mercancía y la cantidad de insumos de “trabajo vivo” agregado en el proceso final, respectivamente.

$$\mathbf{t} = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_n \end{pmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix} \geq \mathbf{0} \quad \boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_n \end{pmatrix} \geq \mathbf{0} \quad (\text{c})$$

El vector $\mathbf{t}$ en la ecuación (b) se puede encontrar como $(\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{t} = \boldsymbol{\tau} \Leftrightarrow \mathbf{t} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \boldsymbol{\tau}$. $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ es una matriz conveniente conocida como la inversa de Leontief (Wassily Leontief: 1905-1999).

4 Teoría de la explotación

Como es bien sabido, Marx insistió rigurosamente en la cantidad de valor del trabajo, que es invisible a simple vista, en lugar de en el precio marcado en una etiqueta. Para explicar esto, se procederá a hacer una pequeña digresión.

Generalmente, se considera que los salarios son una compensación por los servicios laborales prestados. Es decir, el entendimiento común es que si una persona trabaja α horas, se le pagará un salario de β yenes como equivalente a ese trabajo. En otras palabras, en la relación laboral entre trabajadores y capitalistas existe la creencia común de que el trabajo se compra y se vende por igual valor. Sin embargo, Marx rechazó esta idea.

El argumento de Marx es el siguiente. Lo que el trabajador ofrece al capitalista no es el trabajo en sí, sino el “derecho” a utilizar la “fuerza de trabajo” del trabajador durante un cierto periodo de tiempo. Los trabajadores venden este derecho como una “mercancía” a los capitalistas. Sin embargo, esta “mercancía de fuerza de trabajo” tiene características especiales que la hacen única entre los innumerables productos que existen en la sociedad capitalista. Esto se debe a que la mercancía de la fuerza de trabajo es el ser humano mismo, por lo que la definición de que “la cantidad de trabajo gastada directa o indirectamente en su producción es el valor de ese producto” no se puede aplicar, como ocurre con otros productos.

Marx resolvió este problema de la siguiente manera.

Una premisa importante para una oferta estable de la mercancía fuerza de trabajo es que los propios trabajadores consuman una variedad de artículos de primera necesidad (los medios de subsistencia) para reproducir sus vidas y las de sus familias. Dado que los trabajadores pueden proporcionar trabajo consumiendo diversas necesidades diarias (los medios de subsistencia) para reproducir la vida para ellos y sus familias, la cantidad de trabajo contenida en las necesidades diarias consumidas por los trabajadores se

puede considerar como el valor de la mercancía fuerza de trabajo.....Marx resolvió el problema de la definición del valor de la mercancía fuerza de trabajo de esta manera.

Si el valor de seis horas de trabajo está incluido en los medios de subsistencia consumidos por un trabajador, y el valor de una hora de trabajo equivale a 1.000 yenes, entonces este trabajador recibe un salario de 6.000 yenes. Los trabajadores utilizan ese salario para adquirir los medios de subsistencia necesarios para seguir manteniéndose a sí mismos y a sus familias. Por lo tanto, el valor de la mercancía fuerza de trabajo es de 6 horas, o 6.000 yenes. Si un capitalista contrata mano de obra por 6.000 yenes, esta transacción no puede considerarse fraudulenta porque el capitalista paga salarios basados en el valor de la mercancía fuerza de trabajo. Esto es el llamado intercambio equivalente de “la libertad, la igualdad, la propiedad y Bentham”

Sin embargo, la compra de la mercancía fuerza de trabajo implica la adquisición del “derecho” de utilizar la fuerza de trabajo del trabajador en el establecimiento del capitalista durante un cierto periodo de tiempo. Por lo tanto, aunque el valor de la mercancía fuerza de trabajo sea equivalente a seis horas, no es necesario que el trabajador trabaje seis horas dentro de la fábrica. De hecho, si el capitalista hiciera trabajar al obrero solo seis horas, equivalentes al valor de la parte salarial, y luego lo enviara a casa, la empresa no podría obtener beneficios. En primer lugar, tanto los trabajadores como los capitalistas saben que el valor de la mercancía fuerza de trabajo es de 6.000 yenes, pero no pueden saber de antemano que ese valor corresponde a 6 horas de trabajo. Por lo tanto, en la sociedad capitalista, es común que se haga trabajar al trabajador más allá de las 6 horas correspondientes al valor de la mercancía fuerza de trabajo, por ejemplo, imponiéndole 4 horas adicionales de trabajo extraordinario.

Marx llamó “horas de trabajo necesario” a las primeras 6 horas de una jornada laboral de 10 horas, porque son la porción de trabajo que equivale al valor de su mercancía fuerza de trabajo, es decir, su salario. Por otro lado, las

cuatro horas restantes son la parte en la que el trabajador no trabaja para sí mismo, sino para los capitalistas; Marx las llamó “horas de plustrabajo”. Marx argumentó que la “plusvalía” producida por este último trabajo es la fuente de las ganancias corporativas.

Es decir, aunque la compra y venta de la fuerza de trabajo como mercancía puedan considerarse intercambios equivalentes, al compararlas en términos de valor-trabajo, la cantidad de trabajo que el trabajador recibe es menor que la que proporciona al capitalista. Marx destacó que en la relación laboral subyace un intercambio desigual de trabajo, o lo que él denominó “explotación laboral”.

En resumen, se puede decir que la razón por la que Marx insistió en la teoría del valor-trabajo como un sistema axiomático fue porque tenía como objetivo explicar la fuente de las ganancias obtenidas por los empresarios a través del plustrabajo de los trabajadores (es decir, la plusvalía).

A propósito, Marx llamó “capital constante c ” a la parte del capital utilizada para comprar los medios de producción, y “capital variable v ” a la parte del capital adelantado destinada al pago de salarios. La razón por la que denominó “capital variable v ” a esta parte del capital es porque su valor cambia durante el proceso de producción y da origen a la “plusvalía m ”.

5 Teorema fundamental de Marx

Después de que salió a la luz la teoría de la explotación de Marx, surgieron intensos debates en todo el mundo. Para la clase capitalista, ser criticada por basar su riqueza en la explotación de la plusvalía de los trabajadores era un ataque directo, por lo que no resulta sorprendente que se hayan esforzado al máximo por refutar este argumento.

Sin embargo, con los avances en las técnicas matemáticas actuales, se ha demostrado que la teoría de la explotación de Marx es un teorema robusto cuya validez está garantizada matemáticamente. La primera persona en el

mundo que lo demostró con éxito fue Okishio Nobuo (1927-2003), pero otros economistas además de Okishio han logrado probar la tesis de la explotación de Marx utilizando diversos métodos.

La demostración de Okishio se puede resumir de la siguiente manera.

Primero, supongamos que $\mathbf{b} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_n)$ es el vector que representa la cantidad de medios de subsistencia comprados y consumidos por un trabajador con el salario ganado por una unidad de trabajo (por ejemplo, 1 hora). Entonces, los diversos bienes de consumo que el trabajador puede adquirir con el salario recibido a cambio de proporcionar una unidad de trabajo tendrán un valor total de $\mathbf{b}t$.

Expresando matemáticamente la tesis de la explotación de Marx, aunque el trabajador proporciona 1 unidad de trabajo, los bienes que compra con los salarios que recibe del capitalista contienen una cantidad de valor inferior a uno (es decir, $1 > \mathbf{b}t$).

Al organizar el problema de la manera anterior, el método más fácil de demostrar la proposición de que “donde hay ganancias, hay explotación” es utilizar el supuesto de que el precio de mercancía es proporcional a la cantidad de trabajo invertido, es decir, el supuesto del intercambio equivalente de trabajo. Utilizando este supuesto, las condiciones para la existencia de ganancias empresariales se pueden formular de la siguiente manera:

$$\mathbf{p} > \mathbf{A} \mathbf{p} + \tau \mathbf{b} \mathbf{p} \quad (\text{d})$$

Como se indicó anteriormente, $\mathbf{A}$ es la matriz de coeficientes de insumos de los medios de producción necesarios para la producción de 1 unidad de cada mercancía, y el vector columna $\mathbf{p}$ representa sus precios. Si existe un vector de precios positivo $\mathbf{p}$ que satisfaga esta desigualdad, entonces pueden existir ganancias empresariales.

Además, con el supuesto del intercambio equivalente de trabajo, podemos expresar la siguiente fórmula:

$$p = \lambda t \quad (e)$$

(λ es una constante de proporcionalidad positiva)

Sustituyendo (e) en (d), obtenemos:

$$\lambda t > \lambda At + \lambda \tau bt$$

Aquí, el valor de la mercancía se puede expresar como $t = At + \tau$, por lo que, al sustituir esto en el lado izquierdo de la ecuación anterior, obtenemos la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \lambda At + \lambda \tau &> \lambda At + \lambda \tau bt \\ \Leftrightarrow \lambda \tau &> \lambda \tau bt \\ \Leftrightarrow \tau &> \tau bt \\ \Leftrightarrow \tau - \tau bt &> 0 \\ \Leftrightarrow \tau (1 - bt) &> 0 \\ \Leftrightarrow 1 &> bt \end{aligned} \quad (f)$$

De lo anterior se puede demostrar que la “existencia de explotación” (f) puede derivarse de la “condición de existencia de ganancia” (d) como una condición necesaria.

Esto también puede demostrarse como condición suficiente, por lo que, en general, las cuestiones de lucro y explotación son equivalentes.

Hoy en día, la demostración de este teorema de explotación también se llama “Teorema fundamental de Marx” o “Teorema de Marx-Okishio”, en honor a Okishio⁽⁶⁾.

6 Precio de producción

En la demostración anterior, se adopta el supuesto de “comprar y vender según el valor”, $p = \lambda t$ (e), un supuesto que se asume a lo largo del Volumen 1 de *El Capital*. Después de la muerte de Marx, el tratamiento de este punto se

convirtió en un tema de controversia.

Marx reconoció que los precios de las mercancías pueden fluctuar temporalmente debido a las relaciones de oferta y demanda, lo que, en esos casos, provoca una desviación significativa entre el valor y el precio. Sin embargo, al igual que Smith y Ricardo, Marx consideraba que, en el promedio a largo plazo, se establece un nivel de precios que actúa como el centro de gravedad de las variaciones de precios. Marx llamó a esto “precio de producción” y consideró que dicho precio está determinado por la cantidad de trabajo incorporado.

Lo que Marx concibió fue un modelo económico con tres sectores industriales con diferentes composiciones orgánicas de capital (c / v), como se muestra en la Figura 1.

La clave radicaba en la idea de que, debido a la competencia entre los capitales de los distintos sectores y al movimiento de capital, las diferencias en las tasas de ganancia se igualan, formando así una “tasa de ganancia igualada”.

Suponiendo que la tasa de plusvalía (m / v) permanezca constante en 100%, en general, cuanto más intensivos en trabajo sean los sectores industriales con una mayor proporción de capital variable v respecto al capital constante c , mayores serán sus ganancias. Sin embargo, si se produce competencia entre sectores y el capital se mueve de sectores con bajas tasas de ganancia a sectores con altas tasas de ganancia, se dará lugar a una reasignación de ganancias que ofrezca la misma tasa de ganancia para todo el capital adelantado ($c + v$). Marx creía que, como resultado de este mecanismo, la tasa de ganancia se igualaría.

En el caso mostrado en la Figura 1, la tasa de ganancia, que inicialmente era diferente, se iguala al 33,33%, y la ganancia se distribuye al capital de cada sector de acuerdo con esta tasa de ganancia. Marx llamó “precio de producción” al precio que surge en un estado de equilibrio, en el que la tasa de ganancia se iguala y cesan las transferencias entre sectores.

Como se observa claramente en la Figura 1, los precios de producción ya no son proporcionales a la cantidad real de valor laboral. Sin embargo, Marx fue particularmente enfático en las llamadas “Dos Proposiciones de Igualdad Total”. Estas proposiciones son las siguientes: “El valor total debe ser igual al precio total de producción, y la plusvalía total debe ser igual a la ganancia total”. Si se cumplen estas Dos Proposiciones de Igualdad Total, Marx consideró que, aunque los precios de producción no estén directamente relacionados con la cantidad de trabajo, la cantidad de trabajo invertido sigue regulando las relaciones de precios incluso en la economía real.

Figura 1 Cálculo del precio hecho por Marx
(Corrección de precio al precio de producción)

	capital constante	capital variable	plusvalía	valor	Valor del capital adelantado	tasa de ganancia inicial	nueva asignación de ganancia	precio de producción
	c	v	m	$c + v + m$	$c + v$	$m / (c + v)$	$r(c + v)$	$(1 + r)(c + v)$
I	250	75	75	400	325	23.1%	$0.333 \times 325 = 108.23$	$1.333 \times 325 = 433.225$
II	50	75	75	200	125	60.0%	$0.333 \times 125 = 41.63$	$1.333 \times 125 = 166.625$
III	100	50	50	200	150	33.3%	$0.333 \times 150 = 50$	$1.333 \times 150 = 199.95$
	capital constante total C	capital variable total V	plusvalía total M	valor total	capital total	tasa de ganancia igualada $M / (C + V)$	ganancia total	precio total de producción
	400	200	200	800	600	33.3%	200	800

Fuente) Sweezy [1967] p.138.

Nota) Se han cambiado algunas notaciones. El r es la tasa de ganancia igualada.

Según Marx, la transformación del valor en precio de producción no fue una negación de la teoría del valor-trabajo, sino más bien una corrección leve. La afirmación central del volumen 3 de *El Capital* es que el precio de producción, que garantiza una tasa de ganancia igualada, es, en última instancia, una manifestación del valor de trabajo incorporado en las mercancías en la economía real.

7 Debate sobre el problema de transformación

Tras la muerte de Marx, surgieron diversas controversias en torno a la transformación del valor en precios de producción. Sin embargo, todas las

opiniones eran críticas y defensas no matemáticas utilizando el lenguaje cotidiano, y durante mucho tiempo no se intentó considerar este problema utilizando métodos matemáticos⁽⁷⁾.

Fue alrededor de la década de 1950 cuando comenzó a ganar impulso la resolución de este problema dejado por Marx, utilizando métodos rigurosos en economía matemática. El inicio de este proceso fue la obra maestra “La teoría del desarrollo económico”, escrita por Paul Marlor Sweezy (1910-2004). La edición original del libro se publicó por primera vez en 1942 y la traducción al japonés (Sweezy [1967]) se publicó, basada en la cuarta edición de 1956.

En el capítulo 7 de su libro, Sweezy arrojó luz sobre un artículo de 1907 escrito por Ladislaus von Bortkiewicz (1868-1931), nacido en Rusia, y Sweezy elogió mucho este artículo. Basado en las ideas de Bortkiewicz, propuso un nuevo método para resolver matemáticamente la conversión del valor en precios de producción, lo que desató una gran controversia que más tarde se conoció como el “debate sobre la transformación”.

Sweezy señaló primero que hay dos problemas con la teoría de los precios de producción de Marx. El primero es que, como queda claro en el gráfico anterior, la porción de capital ($c + v$) se multiplica por la tasa de ganancia igualada en el término de valor, no en el término de precio. El segundo es que los ejemplos presentados por Marx no satisfacen el equilibrio sectorial de la reproducción simple.

Para ser más específico sobre el primer problema, es el siguiente: aunque el precio de producción de cada sector se establezca sobre la base del valor trabajo, cuando estos productos se compran por otros sectores, las transacciones se realizan en términos de precios de producción, no de valor. Por lo tanto, Sweezy señaló que el valor del capital ($c + v$), que debería multiplicarse por la tasa de ganancia igualada, ya no podía discutirse en términos de valor. El propio Marx era consciente del problema de que los productos comprados y vendidos a precios de producción pasaran a formar parte de los precios de

coste de otros sectores (transformación de los precios de coste en precios de producción). Sin embargo, Marx indicó en *El Capital* que no profundizaría en este problema, y no realizó un análisis matemático detallado⁽⁸⁾

Basándose en el artículo de Bortkiewicz, el método de Sweezy para derivar el precio de producción a partir del valor consistía en resolver las siguientes ecuaciones simultáneas.

Sweezy primero supuso un modelo de tres sectores y nombró las variables, llamadas “grado de disociación”, que representan la diferencia entre el valor y el precio, usando tres símbolos: x , y , z . Al multiplicar estas variables por la cantidad de valor, se obtiene el precio. Por ello, consideró que estas eran las variables estratégicas que conectaban el valor con el precio de producción.

También asumió el siguiente modelo de producción simple, que se compone de tres sectores industriales: medios de producción (I), bienes de consumo (II) y bienes de lujo (III). En este modelo, los trabajadores consumen todos sus salarios y los capitalistas también gastan todas las ganancias obtenidas en bienes de lujo.

La ecuación (g) expresa, en términos de valor, la condición de equilibrio macrosectorial que debe cumplirse bajo el supuesto de reproducción simple.

$$\begin{array}{ll} \text{I} & c_1 + v_1 + m_1 = c_1 + c_2 + c_3 \\ \text{II} & c_2 + v_2 + m_2 = v_1 + v_2 + v_3 \\ \text{III} & c_3 + v_3 + m_3 = m_1 + m_2 + m_3 \end{array} \quad (g)$$

La primera condición que debe cumplirse en la producción simple es que la producción del sector I debe compensar la porción de capital constante c (medios de producción utilizados) de todos los sectores. En segundo lugar, los bienes de consumo del sector II deben satisfacer el capital variable v de todas las industrias. Finalmente, la producción de bienes de lujo en el sector III debe igualar la cantidad de plusvalía m de los capitalistas.

La ecuación (h) representa una condición de equilibrio intersectorial a

nivel macroscópico, que debe cumplirse en términos de precios cuando surge una tasa de ganancia igualada r y las ganancias se distribuyen entre los sectores en proporción a la cantidad de capital.

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & c_1x + v_1y + r(c_1x + v_1y) = (c_1 + c_2 + c_3)x \\ \text{II} \quad & c_2x + v_2y + r(c_2x + v_2y) = (v_1 + v_2 + v_3)x \\ \text{III} \quad & c_3x + v_3y + r(c_3x + v_3y) = (m_1 + m_2 + m_3)z \end{aligned} \quad (\text{h})$$

Al reorganizar la ecuación (h), se obtiene la ecuación (i).

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & (1 + r)(c_1x + v_1y) = (c_1 + c_2 + c_3)x \\ \text{II} \quad & (1 + r)(c_2x + v_2y) = (v_1 + v_2 + v_3)y \\ \text{III} \quad & (1 + r)(c_3x + v_3y) = (m_1 + m_2 + m_3)z \end{aligned} \quad (\text{i})$$

El lado izquierdo de la ecuación anterior es el precio que garantiza la llamada tasa de ganancia igualada, es decir, el precio de producción. Al conectarlo con el valor de transformación del lado derecho, se completa la ecuación.

Sweezy consideró que ésta era una ecuación simultánea con cuatro variables endógenas x , y , z , r , y para encontrar la solución, utilizó la condición de que “precio de producción total=valor total” como cuarta ecuación.

$$\begin{aligned} & (c_1 + c_2 + c_3)x + (v_1 + v_2 + v_3)y + (m_1 + m_2 + m_3)z \\ & = (c_1 + c_2 + c_3)x + (v_1 + v_2 + v_3)y + (m_1 + m_2 + m_3)z \end{aligned} \quad (\text{j})$$

Sweezy consideró que esta era una ecuación simultánea con cuatro variables endógenas: x , y , z y r . Para encontrar la solución, utilizó la condición de que “el precio de producción total = valor total” como la cuarta ecuación⁽⁹⁾.

Sin embargo, como se puede observar fácilmente, este método de solución tenía varios inconvenientes, como el hecho de que se asumió como un supuesto el argumento de que “valor total=precio total de producción”, lo cual debería haber sido probado.

8 Sraffa

A pesar de no mencionar explícitamente la solución al problema de la transformación como tema de su libro, el economista italiano Piero Sraffa (1898-1983) tuvo una gran influencia en este debate. En 1960, publicó “Producción de mercancías por mercancías: una introducción a la crítica de la teoría económica”, que proporcionó una gran inspiración a muchos economistas marxistas preocupados por el problema de la transformación. Es bien sabido que este libro sirvió como impulso intelectual para un movimiento de re-evaluación de Marx, es decir, el “Renacimiento de Marx” en la década de 1970, principalmente en Europa⁽¹⁰⁾.

En una palabra, el logro revolucionario de Sraffa fue rechazar la teoría del precio neoclásico basada en los conceptos de utilidad marginal y el equilibrio de oferta y demanda, y en su lugar establecer una teoría del precio heterodoxa que derive un sistema de precios que garantice la reproducción, basado únicamente en el sistema técnico y las relaciones de distribución.

El sistema de Sraffa, al igual que el de Marx, pone énfasis en la estructura técnica de reproducción. Sin embargo, lo que distingue al sistema de Sraffa es que, en lugar de considerar la cantidad de trabajo invertido como valor, se centra en la “producción de mercancías por medio de mercancías”. Esta expresión constituye un vínculo macroscópico en términos de cantidades físicas, que se refiere a la cantidad de insumos provenientes de otros productos, utilizados como medios de producción para producir un producto.

El modelo básico de Sraffa es el siguiente:

$$\mathbf{pX} = (1 + r) \mathbf{p} \mathbf{A} + w \mathbf{L} \quad (\text{k})$$

$$\mathbf{p} (\mathbf{X} - \mathbf{A}) \mathbf{e} = 1 \quad (\text{l})$$

$$\mathbf{L} \mathbf{e} = 1 \quad (\text{m})$$

$\mathbf{A}$ es una matriz de entrada $n \times n$ (cantidad de entrada real, no cantidad de entrada por unidad de producto), y $\mathbf{p}$ es un vector de precios (fila) con n

componentes. X es una matriz $n \times n$ en la que las cantidades de producción x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) están dispuestas en diagonal (todo es cero excepto en la diagonal). L es el vector (fila) del insumo de mano de obra directa para cada sector como se describió anteriormente. El e es un vector unitario (columna) cuyos n componentes son todos 1, y w es la tasa salarial (escalar).

La primera ecuación (k) se denomina generalmente “ecuación de precios” o “ecuación de producción”. Esta ecuación significa lo siguiente: es decir, que los productos tienen una “parte excedente” que supera la parte destinada a la reposición de los medios de producción. Esta parte excedente no solo se distribuye entre ganancias y salarios, sino que, además, la tasa de ganancia se iguala entre los diferentes sectores. Por lo tanto, el total de las ventas de los productos pX es igual a la suma de tres partes: (1) el monto destinado a la reposición de los medios de producción pA , (2) la parte de ganancias $r pA$ que se distribuye de acuerdo con la tasa de ganancia igualada r , y (3) la parte del costo salarial wL .

No hace falta decir que la igualdad de la tasa de ganancia entre los sectores se produce debido al movimiento de capital junto con la competencia entre ellos. En ese sentido, esta ecuación puede considerarse una descripción del estado estacionario que se alcanza una vez que el sistema económico real supera las perturbaciones temporales.

A propósito, bajo tal estado estacionario, si todos los sectores reponen, sin exceso ni deficiencia, el desgaste de los medios de producción y distribuyen el producto neto entre salarios y ganancias, ¿cómo serían la distribución y los precios? Sraffa organizó el problema de esta manera y formuló un sistema de n ecuaciones simultáneas respecto a p .

Como es fácil de entender, el sistema de precios p en este modelo es casi idéntico a los “precios que garantizan una tasa de ganancia igualada en todos los sectores industriales” que Marx consideró en el tomo III de *El Capital*. Además, la idea de aplicar la tasa de ganancia igualada r al sector de capital fijo también es similar a la de Marx⁽¹¹⁾. Se puede decir que la principal razón

por la cual Sraffa proporcionó diversas inspiraciones al debate sobre la transformación radica en esta proximidad teórica con Marx.

Por otro lado, la segunda ecuación no busca determinar los precios relativos tomando cualquier precio p_i de entre los n precios como unidad, sino que intenta aumentar el número de ecuaciones de precios al normalizar el valor total del producto neto (es decir, el ingreso nacional, la parte de la producción que excede la reposición de los medios de producción), $\mathbf{p} (\mathbf{X} - \mathbf{A}) \mathbf{e}$, a 1. Además, la tercera ecuación implica normalizar el total de trabajo en este sistema económico (es decir, el número total de trabajadores) a 1.

Si se normaliza el total de trabajo a 1, esto será igual al total de salarios pagados a todos los trabajadores, ya que los salarios son la cantidad de dinero por unidad de trabajo. En este caso, dado que se asigna una función de medida del valor al total del producto neto (precio) y se fija su magnitud en 1, el salario por unidad de trabajo w representa la parte del producto neto, es decir, la tasa de distribución del trabajo. Por lo tanto, w variará entre 0 y 1 ($0 \leq w \leq 1$).

En el desarrollo teórico real, es necesario un debate detallado en torno a la propiedad de las matrices no negativas que determina si la matriz $\mathbf{A}$, que representa el sistema técnico, es descomponible o no descomponible⁽¹²⁾. Sin embargo, para resumir brevemente la conclusión, el número de ecuaciones es $n + 1$, que incluye las n ecuaciones de la fórmula (k) y una ecuación de la fórmula (l) (es importante notar que la fórmula (m) no es una ecuación). Dado que las variables endógenas son $\mathbf{p}, r, w$, un total de $n + 2$, el sistema de ecuaciones tiene un grado de libertad igual a 1.

De este modo, si se fija r o w , el sistema de precios $\mathbf{p}$ se determina de manera única, lo cual constituye el núcleo de la teoría de la determinación de precios de Sraffa.

9 El sistema estándar de Sraffa

En el sistema de ecuaciones mencionado, ¿cuál es la relación entre las variables de distribución r y w ? A partir de la segunda y tercera ecuación, se puede derivar la ecuación:

$$1 = r\mathbf{pAe} + w \quad (s)$$

Por lo tanto, se puede intuir ligeramente la relación de oposición entre los salarios y la tasa de ganancia.

Sin embargo, aunque se fije primero r o w para determinar la relación de distribución, el valor numérico de los precios $\mathbf{p}$ cambiará cada vez, por lo que la relación de distribución entre salarios y ganancias no quedará claramente definida. La metodología destacada que resolvió este problema fue el concepto de “sistema estándar”.

Sraffa formuló las tres ecuaciones anteriores (k) (l) (m) teniendo en mente el sistema económico real (las relaciones de entrada y salida de n sectores). Sin embargo, descubrió que si se aplica una expansión o contracción en una relación específica de las entradas y salidas de los n sectores, se puede construir un sistema misterioso conocido como el “sistema estándar”.

El procedimiento para construir el sistema estándar es algo complejo, por lo que a continuación se presentará brevemente solo su esencia.

En general, en un sistema económico real, la proporción en que se producen los n productos, como por ejemplo la proporción de producción de “hierro: carbón: trigo” (①), no coincide con la proporción de los productos que se utilizan como medios de producción, como la proporción de “hierro: carbón: trigo” que se utiliza como insumos (②)⁽¹³⁾.

Sin embargo, al multiplicar cada sector por un coeficiente adecuado q_i ($i = 1, 2, \dots, n$), generalmente no solo se igualan las proporciones de ① y ②, sino que también se crea un sistema misterioso en el que la proporción de los n productos netos generados es exactamente la misma (③). Una vez que se ha

creado este sistema, al multiplicarlo por un coeficiente común a todos los sectores, la estructura del sistema no cambia. Entonces, al multiplicar ese coeficiente por todos los sectores para que el total de trabajo sea 1, se completa el sistema estándar que se busca.

Los n productos netos en este sistema estándar se conocen como “productos netos estándar” o “ingreso nacional estándar”. Si se considera esto como un solo producto compuesto (es decir, una cesta de productos) y se le denomina “producto estándar”, se puede ver que el sistema estándar es, en última instancia, una estructura cíclica en la que el “producto estándar” produce el “producto estándar”.

En este caso, dado que la proporción de los productos que componen los medios de producción es idéntica a la proporción de los productos que componen el producto neto, se puede medir, independientemente de la tendencia de los precios, cuánto excede el producto neto estándar sobre los medios de producción como un valor común para todos los sectores. Sraffa llamó a esta proporción la “tasa estándar” R . Por otro lado, al normalizar el total del producto neto estándar a 1, el salario w se transforma ahora en la tasa de distribución del trabajo w^* dentro del producto neto estándar.

El sistema estándar se crea a partir del sistema económico real, pero debido a la ampliación y reducción, las escalas industriales de ambos sistemas son diferentes y la forma de las ecuaciones también ha cambiado. Sin embargo, los valores de los precios, los salarios y la tasa de ganancia están conectados en ambos sistemas a través del coeficiente de ampliación y reducción, lo que significa que las propiedades de estas tres variables en el sistema estándar no difieren de las del sistema económico original. Por consiguiente, las conclusiones del sistema estándar pueden retroalimentarse casi directamente en las conclusiones del sistema económico real.

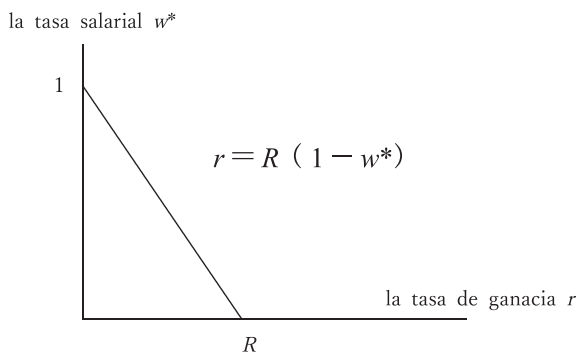
Teniendo esto en cuenta, al observar la tasa de ganancia r en el sistema estándar, esta puede transformarse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 r &= (\text{cantidad total de ganancias}) / (\text{cantidad total de medios de producción}) \\
 &= (\text{producto neto estándar} - \text{salario total}) / (\text{cantidad total de medios de producción}) \\
 &= (\text{producto neto estándar}) / (\text{cantidad total de medios de producción}) - ([\text{salario total}] / [\text{cantidad total de medios de producción}]) \\
 &= (\text{producto neto estándar}) / (\text{cantidad total de medios de producción}) (1 - [\text{salario total}] / [\text{producto neto estándar}]) \\
 &= R(1 - w^*) \quad (t)
 \end{aligned}$$

(Donde w^* representa los salarios expresados en términos del producto neto estándar como unidad de medida).

La ecuación (t) representa la relación inversa entre la tasa de ganancia r y la tasa salarial w^* , pero, a diferencia de la ecuación (s), no incluye ningún término relacionado con los precios p . Es decir, utilizando el método del sistema estándar, se revela por primera vez una conclusión científica: las relaciones de distribución se determinan de manera independiente del sistema de precios, dependiendo únicamente del sistema técnico (véase la Figura 2).

Figura 2: Relación de antagonismo entre la tasa de ganancia y los salarios



10 Conclusión

Otro punto de conexión entre Sraffa y Marx es el método denominado “sub-sistema”. Este método permite demostrar la estrecha relación entre la cantidad de trabajo incorporado en los bienes y sus precios. Sin embargo, dado que el espacio es limitado, no se abordará este tema con mayor detalle.

La discusión sobre la distribución ha continuado de manera vigorosa incluso después del trabajo de Sraffa. Hoy en día, esta cuestión sigue siendo investigada activamente dentro de diversas corrientes de la economía heterodoxa, tales como la escuela sraffiana, los postkeynesianos, los neoricardianos, el marxismo matemático y la macroeconomía estructuralista.

Este tipo de enfoques se consideran fundamentales ante el grave fenómeno de la creciente desigualdad en el siglo XXI. Además, para llenar el vacío dejado por la economía neoclásica, que muestra poco interés en los problemas de distribución, la investigación en este campo probablemente adquirirá una importancia cada vez mayor en el futuro.

Notas

- (1) Este artículo es una traducción al español de la parte escrita por Okamoto en Okamoto y Ozawa [2021]. Para esta traducción se utilizaron, de manera auxiliar, Google Translate y Chat GPT. Además, mi amigo Juan Velásquez, profesor titular del Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile, quien visitó Fukuoka en diciembre de 2024, también revisó la traducción al español del artículo. Le agradezco por ello. Por supuesto, cualquier error relacionado con el contenido del artículo o con la traducción es completamente responsabilidad de Okamoto. Se han corregido errores como erratas, omisiones y faltas en las referencias bibliográficas presentes en el artículo original en japonés.
- (2) Véase Yanagisawa [2017], pp. 72, 100.
- (3) Para entender por qué la economía se divide en varias escuelas y la importancia de aprender la diversidad de teorías en la educación económica, véase la “Introducción” y el “Capítulo 1” de Okamoto y Koike [2019].

- (4) Cuando la función $f(x, y)$ es continuamente diferenciable, una condición necesaria y suficiente para que sea homogénea de grado m es que satisfaga la ecuación . Esto se conoce como el teorema de Euler. La escuela neoclásica deriva la teoría de la distribución asumiendo $m = 1$. Para más detalles, véase Koyama [1995], pp. 181-183.
- (5) Se dice que el prototipo de la teoría de distribución de la escuela neoclásica fue concebido por Philip H. Wicksteed (1844-1927). Para más detalles, véase Mitsuchi [1993], p.177.
- (6) En realidad, se ha demostrado que para la demostración del teorema fundamental de Marx no es necesario suponer que las compras y ventas se realizan a precios de valor. Sin embargo, por cuestiones de espacio, no se abordará aquí. Para más detalles, consulte los trabajos de Okishio [1977], Takasuka [1991], Takasuka [1979], Tanaka [2015], Tsuge [2017], Yamazaki [2019], entre otros.
- (7) Para adelantar la conclusión, hoy en día se considera que un sistema de precios proporcional al valor del trabajo solo se sostiene en situaciones muy limitadas, como cuando la composición orgánica del capital es igual en todos los sectores, y que las “dos proposiciones de igualdad de los totales” generalmente no se cumplen.
- (8) Véase a Marx [1968a] p.209, Sweezy [1967] p.141. El difícil problema de la conversión del precio de costo en precio de producción fue resuelto en el siglo XX por Okishio Nobuo mediante el método de “expansión sucesiva”. Para más detalles, véase Okishio [1977].
- (9) En Sweezy [1967], también se presenta un método para resolver la ecuación tomando $z = 1$. En este caso, la ecuación (j) se vuelve innecesaria.
- (10) En cuanto a la teoría de Sraffa, las explicaciones de Shirasugi [2005], Matsumoto [1989], Uemura, Isogai y Ebizuka [2007], Uemura [2007], y Katagiri [2007] han sido particularmente útiles.
- (11) La diferencia sutil entre Marx y Sraffa radica en que, en el caso de Marx, la parte del capital sobre la que se aplica la tasa de ganancia igualada es la parte de capital constante más el capital variable, mientras que, en el caso de Sraffa, solo es la parte del capital constante (medios de producción). Sin embargo, en el caso de Sraffa, también puede incluirse la parte del salario de subsistencia en el sector de los medios de producción, por lo que este punto es un problema algo complejo.
- (12) Para los conceptos de descomponibilidad e indescomponibilidad, consulte el capítulo 6 de Koyama [1994]. En pocas palabras, se trata del problema de cómo tratar los elementos cero dentro de la matriz de coeficientes de insumo A . La indescomponibilidad se refiere a un sistema en el que se eliminan estos ceros, lo que hace que el manejo de las ecuaciones lineales sea algo más sencillo que en el caso de descom-

ponibilidad.

- (13) Aquí se supone que todos los productos de los n sectores son “productos básicos” que se introducen mutuamente en los procesos de producción, y se explica en ese contexto. En este caso, la matriz de coeficientes de insumo A , es indescomponible, lo que hace que su manejo sea más sencillo.

Referencias Bibliográficas

- Bowles, S. [2013], *The New Economics of Inequality and Redistribution*, Traducción al japonés de Sato Ryoichi y Haga Kenichi, Editorial Otuki Shoten, Tokio.
- Bowles, S.; Gintis, H. et al. [2002], *Recasting Egalitarianism*, Traducción al japonés de Toyama Hironori, Editorial Ohmura Shoten, Tokio.
- Howard, M.C.; King, J.E. [1997], *A History of Marxian Economics: Volumen 1 y Volumen 2*, Traducción al japonés de Furitsu Sumio, Editorial Nakanishiya Shuppan, Kioto.
- Inaba, Shinichiro [2016], *Luchar contra la desigualdad: de Rousseau a Piketty*, Publicación japonesa, Editorial Bunshun Shinsho, Tokio
- Katagiri, Sachio [2007], *Disfrutando del misterio de Sraffa: Para leer “La producción de mercancías por medio de mercancías”*, Publicación en japonés, Editorial Shakai Hyoron, Tokio.
- Koyama, Akio [1994], *Curso de matemáticas económicas 4: Álgebra lineal y topología, Vol. 2*, Publicación en japonés, Editorial Iwanami Shoten, Tokio.
- [1995] *Curso de matemáticas económicas 5: Fundamentos de cálculo diferencial e integral, Volumen 1*, Publicación en japonés, Editorial Iwanami Shoten, Tokio.
- Marx, K. [1968a], *Das Kapital, Erster Band*, Traducción al japonés del Comité de Publicación de las Obras Completas de Marx y Engels, Editorial Ohtsuki Shoten, Tokio.
- Marx, K. [1968b], *Das Kapital, Dritter Band*, Traducción al japonés del Comité de Publicación de las Obras Completas de Marx y Engels, Editorial Ohtsuki Shoten, Tokio.
- Matsumoto, Yuichi [1989], *Introducción al estudio del sistema de Sraffa*, Publicación en japonés, Editorial Minerva, Kioto.
- Mitsuchi, Shuhei [1993], *Historia de la economía*, Publicación en japonés, Editorial Shinseisha, Tokio.
- Okamoto, Tetsushi; Koike, Yoichi eds. [2019], *Un mundo paralelo en la economía*, Publicación en japonés, Editorial Shinhyoron, Tokio.
- Okamoto, Tetsushi; Ozawa, Yoshifumi [2021], “Un estudio sobre la desigualdad desde una perspectiva de la historia del pensamiento económico: Con un enfoque en J.S. Mill y K. Marx”, Publicación en japonés, *Journal of Industry and Management of Industrial*

- Management Institute*, Kyushu Sangyo University, No.53, March, pp.27-46.
- Okishio, Nobuo [1977], *Economía marxista: Teoría del valor y del precio*, Publicación en japonés, Editorial Chikuma Shobo, Tokio.
- Shiozawa, Yoshinori; Ariga, Yuji eds. [2014], *Reconstruir la economía: Economía evolutiva y teoría del valor clásica*, Publicación en japonés, Editorial de la Universidad Central, Tokio.
- Shirasugi, Tsuyoshi [2005], *Estudios sobre la economía de Sraffa*, Publicación en japonés, Editorial Minerva, Kioto.
- Sraffa, Piero [2001], *Production of Commodities by Means of Commodities: Prelude to a Critique of Economic Theory*, Traducción al japonés de Hishiyama Izumi y Yamashita Hiroshi, Editorial Yuhikaku (Edición bajo demanda, primera traducción en 1978).
- Sweezy, Paul [1967], *The Theory of Capitalist Development*, Traducción al japonés de Tsuru Shigeto, Editorial Shinhyoron, Tokio
- Takasuka, Yoshihiro [1979], *Estudios sobre la economía marxista*, Publicación en japonés, Editorial Shinhyoron, Tokio.
- [1991], *El capitalismo del hierro y el trigo*, Publicación en japonés, Editorial Sekai Shoin, Kioto.
- Tanaka, Junpei [2015], “Economía Marxista Matemática: Apuntes de Lectura, Primer Borrador”, Publicación en japonés, *Working Paper, The Society for Economic Studies*, The University of Kitakyushu, Series No.2014-4.
- Tsuge, Norio [2017], “Un Estudio sobre el Método de Ito en el Problema de Transformación”, Publicación en japonés, *Discussion Paper*, Graduate School of Economics and Management, Tohoku University, No.381.
- Uemura, Hiroyasu [2007], “La reproducción del sistema socioeconómico y la desigualdad en la distribución del ingreso: Un análisis desde el enfoque del excedente”, Publicación en japonés, *Revista trimestral de teoría económica*, Vol.43, No.4, pp.5-15.
- Uemura, Hiroyasu; Isogai, Akinori; Ebizuka, Akira [2007], *Nueva edición del análisis institucional del sistema socioeconómico: Más allá de Marx y Keynes*, Publicación en japonés, Editorial de la Universidad de Nagoya, Nagoya.
- Uni, Hiroyuki; Sakaguchi, Akiyoshi; Nabeshima, Naoki [2010], *Introducción a la economía social: Comprendiendo el capitalismo, 2ª edición*, Publicación en japonés, Editorial Nakanishiya Shuppan, Kioto.
- Yamazaki, Yoshihiro [2019], *Introducción a la Economía Marxista Matemática*, Publicación en japonés, Editorial Nakanishiya Shuppan, Kioto.
- Yanagisawa, Tetsuya [2017], *Invitación a la Historia del Pensamiento Económico*, Publicación en japonés, Editorial Shakai Hyoron, Tokio.